

CHƯƠNG I: VEC TƠ

BÀI 1: CÁC ĐỊNH NGHĨA

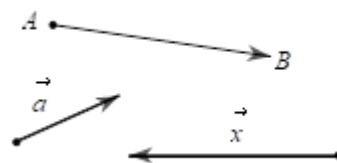
1. Khái niệm vector

Cho đoạn thẳng AB . Nếu ta chọn điểm A làm đầu, điểm B là điểm cuối thì đoạn thẳng AB có hướng từ A đến B . Khi đó ta nói AB là một đoạn thẳng có hướng.

Định nghĩa. Vector là một đoạn thẳng có hướng.

Vector có điểm đầu A , điểm cuối B được kí hiệu là $\overrightarrow{AB}$ và đọc là “vector AB ”. Để vẽ được vector $\overrightarrow{AB}$ ta vẽ đoạn thẳng AB và đánh dấu mũi tên ở đầu nút B .

Vector còn được kí hiệu là $\vec{a}, \vec{b}, \vec{x}, \vec{y}, \dots$ khi không cần chỉ rõ điểm đầu và điểm cuối của nó.



2. Vector cùng phương, vector cùng hướng

Đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của một vector được gọi là giá của vector đó.

Định nghĩa. Hai vector được gọi là cùng phương nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau.

Nhận xét. Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương.

3. Hai vector bằng nhau

Mỗi vector có một độ dài, đó là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vector đó. Độ dài của $\overrightarrow{AB}$ được kí hiệu là $|\overrightarrow{AB}|$, như vậy $|\overrightarrow{AB}| = AB$.

Vector có độ dài bằng 1 gọi là vector đơn vị.

Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng hướng và có cùng độ dài, kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$

Chú ý. Khi cho trước vector $\vec{a}$ và điểm O , thì ta luôn tìm được một điểm A duy nhất sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$.

4. Vector – không

Ta biết rằng mỗi vector có một điểm đầu và một điểm cuối và hoàn toàn được xác định khi biết điểm đầu và điểm cuối của nó.

Bây giờ với một điểm A bất kì ta quy ước có một vector đặc biệt mà điểm đầu và điểm cuối đều là A . Vector này được kí hiệu là $\overrightarrow{AA}$ và được gọi là vector – không.

NỘI DUNG BÀI TẬP XÁC ĐỊNH VECTOR

Câu 1: Vector có điểm đầu là D , điểm cuối là E được kí hiệu là

- A. DE . B. $|\overrightarrow{DE}|$. C. $\overrightarrow{ED}$. D. $\overrightarrow{DE}$.

Câu 2: Cho tam giác ABC . Có bao nhiêu vector khác vector – không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh A, B, C ?

- A. 3. B. 6. C. 4. D. 9.

Câu 3: Cho tứ giác $ABCD$. Có bao nhiêu vector khác vector – không có điểm đầu và cuối là các đỉnh của tứ giác?

- A. 4. B. 6. C. 8. D. 12.

HAI VECTƠ CÙNG PHƯƠNG

- Câu 4:** Mệnh đề nào sau đây đúng?
 A. Có duy nhất một vectơ cùng phương với mọi vectơ.
 B. Có ít nhất hai vectơ có cùng phương với mọi vectơ.
 C. Có vô số vectơ cùng phương với mọi vectơ.
 D. Không có vectơ nào cùng phương với mọi vectơ.
- Câu 5:** Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Khi đó:
 A. Điều kiện cần và đủ để A, B, C thẳng hàng là $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AC}$.
 B. Điều kiện đủ để A, B, C thẳng hàng là với mọi M, $\overrightarrow{MA}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.
 C. Điều kiện cần để A, B, C thẳng hàng là với mọi M, $\overrightarrow{MA}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.
 D. Điều kiện cần để A, B, C thẳng hàng là $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.
- Câu 6:** Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC. Hỏi cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?
 A. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{CB}$. B. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{MB}$. C. $\overrightarrow{MA}$ và $\overrightarrow{MB}$. D. $\overrightarrow{AN}$ và $\overrightarrow{CA}$.
- Câu 7:** Cho lục giác đều ABCDEF tâm O. Số các vectơ khác vectơ - không, cùng phương với $\overrightarrow{OC}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là
 A. 4. B. 6. C. 7. D. 9.

HAI VECTƠ BẰNG NHAU

- Câu 8:** Với $\overrightarrow{DE}$ (khác vectơ - không) thì độ dài đoạn ED được gọi là
 A. Phương của $\overrightarrow{ED}$. B. Hướng của $\overrightarrow{ED}$.
 C. Giá của $\overrightarrow{ED}$. D. Độ dài của $\overrightarrow{ED}$.
- Câu 9:** Mệnh đề nào sau đây sai?
 A. $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$. B. $\vec{0}$ cùng hướng với mọi vectơ.
 C. $|\overrightarrow{AB}| > 0$. D. $\vec{0}$ cùng phương với mọi vectơ.
- Câu 10:** Hai vectơ được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi
 A. Giá của chúng trùng nhau và độ dài của chúng bằng nhau.
 B. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một hình bình hành.
 C. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một tam giác đều.
 D. Chúng cùng hướng và độ dài của chúng bằng nhau.
- Câu 11:** Cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D. Điều kiện nào trong các đáp án A, B, C, D sau đây là điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$?
 A. ABCD là hình bình hành. B. ABDC là hình bình hành.
 C. AC = BD. D. AB = CD.
- Câu 12:** Cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. Khẳng định nào sau đây sai?
 A. $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng $\overrightarrow{CD}$. B. $\overrightarrow{AB}$ cùng phương $\overrightarrow{CD}$.
 C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. D. ABCD là hình bình hành.
- Câu 13:** Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành ABCD. Đẳng thức nào sau đây

sai?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. B. $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$. C. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$. D. $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$.

Câu 14: Cho tứ giác ABCD. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$. B. $|\overrightarrow{QP}| = |\overrightarrow{MN}|$. C. $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$. D. $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$.

Câu 15: Cho hình vuông ABCD. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$. D. Hai vector $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Câu 16: Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình chữ nhật ABCD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$. B. $\overrightarrow{OB}$ và $\overrightarrow{OD}$ cùng hướng.
C. $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$ cùng hướng. D. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$.

Câu 17: Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$. D. $|\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$.

Câu 18: Cho tam giác ABC đều cạnh a. Gọi M là trung điểm BC. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$. B. $\overrightarrow{AM} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\overrightarrow{AM} = a$. D. $|\overrightarrow{AM}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 19: Cho hình thoi ABCD cạnh a và $\angle BAD = 60^\circ$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$. B. $|\overrightarrow{BD}| = a$. C. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA}$.

Câu 20: Cho lục giác đều ABCDEF có tâm O. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$. B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AF}|$. C. $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OE}$.

Câu 21: Cho lục giác đều ABCDEF tâm O. Số các vector bằng $\overrightarrow{OC}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 22: Cho tam giác ABC có trực tâm H. Gọi D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$. B. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.
C. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CH}$. D. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ và $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$.

Câu 23: Cho $\overrightarrow{AB} \neq \vec{0}$ và một điểm C. Có bao nhiêu điểm D thỏa mãn $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 24: Cho $\overrightarrow{AB} \neq \vec{0}$ và một điểm C. Có bao nhiêu điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.

BẢNG ĐÁP ÁN

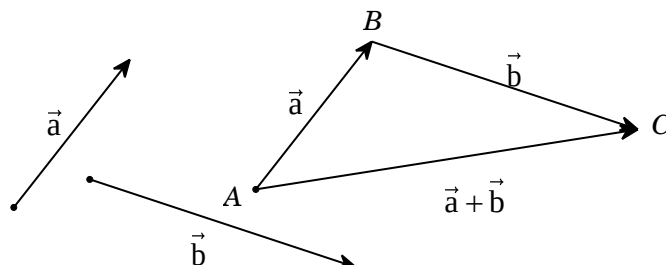
1.D	2.B	3.C	4.A	5.A	6.B	7.A	8.D	9.C	10.D
11.B	12.D	13.C	14.D	15.C	16.D	17.D	18.D	19.B	20.D
21.B	22.B	23.D	24.A						

BÀI 2: TỔNG HIỆU CỦA HAI VEC TƠ

1. Tổng của hai vector

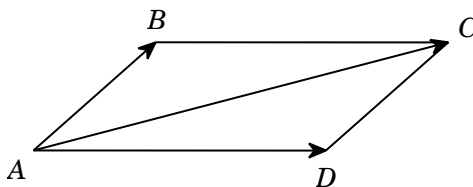
Định nghĩa. Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Lấy một điểm A tùy ý, vẽ $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Vector $\overrightarrow{AC}$ được gọi là tổng của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Ta kí hiệu tổng của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là $\vec{a} + \vec{b}$. Vậy $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$.

Phép toán tìm tổng của hai vector còn được gọi là **phép cộng vector**.



2. Quy tắc hình bình hành

Nếu ABCD là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.



3. Tính chất của phép cộng các vector

Với ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ tùy ý ta có

- ☐ $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ (tính chất giao hoán);
- ☐ $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ (tính chất kết hợp);
- ☐ $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$ (tính chất của vector – không).

4. Hiệu của hai vector

a) Vector đối

Cho vector $\vec{a}$. Vector có cùng độ dài và ngược hướng với $\vec{a}$ được gọi là vector đối của vector $\vec{a}$, kí hiệu là $-\vec{a}$.

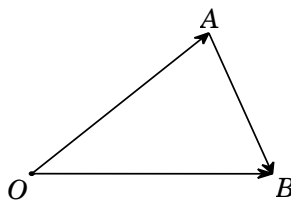
Mỗi vector đều có vector đối, chẳng hạn vector đối của $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{BA}$, nghĩa là $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$.

Đặc biệt, vector đối của vector $\vec{0}$ là vector $\vec{0}$.

b) Định nghĩa hiệu của hai vector

Định nghĩa. Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Ta gọi hiệu của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là vector $\vec{a} + (-\vec{b})$, kí hiệu $\vec{a} - \vec{b}$. Như vậy $\boxed{\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})}$.

Từ định nghĩa hiệu của hai vector, suy ra với ba điểm O , A , B tùy ý ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$.



Chú ý

1) Phép toán tìm hiệu của hai vector còn được gọi là phép trừ vector.

2) Với ba điểm tùy ý A, B, C ta luôn có

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \text{ (quy tắc ba điểm);}$$

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} \text{ (quy tắc trừ).}$$

Thực chất hai quy tắc trên được suy ra từ phép cộng vector.

5. Áp dụng

a) Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB khi và chỉ khi $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

b) Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TÍNH TỔNG CÁC VECTOR CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VECTOR

Câu 25: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NP}$. C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$.

Câu 26: Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là các vector khác $\vec{0}$ với $\vec{a}$ là vector đối của $\vec{b}$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương. B. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ ngược hướng.
C. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng độ dài. D. Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ chung điểm đầu.

Câu 27: Cho ba điểm phân biệt A, B, C. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.

Câu 28: Cho $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng. B. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng độ dài.
C. ABCD là hình bình hành. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

Câu 29: Tính tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$.

- A. $\overrightarrow{MR}$. B. $\overrightarrow{MN}$. C. $\overrightarrow{PR}$. D. $\overrightarrow{MP}$.

Câu 30: Cho hai điểm A và B phân biệt. Điều kiện để I là trung điểm AB là:

- A. $IA = IB$. B. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$. C. $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$. D. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$.

Câu 31: Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để I là trung điểm của đoạn thẳng AB?

- A. $IA = IB$. B. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$. C. $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$.

Câu 32: Cho tam giác ABC cân ở A, đường cao AH. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{HC} = -\overrightarrow{HB}$. C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$. D. $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{HC}$.

Câu 33: Cho hình vuông ABCD. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

D. $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB}|$.

Câu 34: Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Nếu M là trung điểm đoạn thẳng AB thì $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

B. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

C. Nếu ABCD là hình bình hành thì $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$.

D. Nếu ba điểm phân biệt A, B, C nằm tùy ý trên một đường thẳng thì

$$|\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}|.$$

Câu 35: Gọi O là tâm hình bình hành ABCD. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CD}$.

B. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$.

D. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA}$.

Câu 36: Cho hình bình hành ABCD. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DB}$.

B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 37: Gọi O là tâm hình vuông ABCD. Tính $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$.

A. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DA}$.

C. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$.

D. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AB}$.

Câu 38: Cho tam giác ABC đều cạnh a. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.

B. $\overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AB}$.

C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{CA}| = a$.

D. $\overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{BC}$.

Câu 39: Cho tam giác ABC với M là trung điểm BC. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM}$.

Câu 40: Cho tam giác ABC với M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MP}$.

Câu 41: Cho ba điểm phân biệt A, B, C. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow |\overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{BC}|$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 42: Cho tam giác ABC có $AB = AC$ và đường cao AH. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AH}$.

B. $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 43: Cho tam giác ABC vuông cân đỉnh A, đường cao AH. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}|$.

B. $\overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{HC} - \overrightarrow{HA}$.

D. $|\overrightarrow{AH}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AH}|$.

Câu 44: Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC. Hỏi vector $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng vector nào trong các vector sau?

A. $\overrightarrow{AP}$.

B. $\overrightarrow{BP}$.

C. $\overrightarrow{MN}$.

D. $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NB}$.

Câu 45: Cho đường tròn O và hai tiếp tuyến song song với nhau tiếp xúc với (O) tại hai điểm A và B. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OB}$.

B. $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{OB}$.

C. $OA = -OB$.

D. $AB = -BA$.

Câu 46: Cho đường tròn O và hai tiếp tuyến MT, MT' (T và T' là hai tiếp điểm). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MT} = \overrightarrow{MT'}$.

B. $MT + MT' = TT'$.

C. $MT = MT'$.

D. $\overrightarrow{OT} = -\overrightarrow{OT'}$.

Câu 47: Cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}$.

Câu 48: Gọi O là tâm của hình vuông ABCD. Vector nào trong các vector dưới đây bằng $\overrightarrow{CA}$?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$.

B. $-\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA}$.

D. $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CB}$.

Câu 49: Cho lục giác đều ABCDEF có tâm O. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{EB}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD}$.

Câu 50: Cho hình bình hành ABCD có O là giao điểm của hai đường chéo. Hỏi vector $(\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO})$ bằng vector nào trong các vector sau?

A. $\overrightarrow{BA}$.

B. $\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AC}$.

Câu 51: Cho hình bình hành ABCD có O là giao điểm của hai đường chéo. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

C. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}|$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$.

Câu 52: Cho hình bình hành ABCD có O là giao điểm của hai đường chéo. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, BC. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{EO}$.

B. $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EO}$.

C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF} - \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

Câu 53: Cho hình bình hành ABCD. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{BD}$.

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{CD}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{CD}$.

Câu 54: Cho hình chữ nhật ABCD. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$.

C. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$.

D. $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}|$.

BẢNG ĐÁP ÁN

25.B	26.D	27.C	28.C	29.B	30.C	31.B	32.A	33.D	34.D
35.A	36.A	37.B	38.C	39.A	40.D	41.B	42.C	43.B	44.B
45.A	46.C	47.A	48.C	49.D	50.B	51.D	52.D	53.A	54.C

TÍNH ĐỘ DÀI VECTO

Câu 55: Cho tam giác ABC đều cạnh a. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$.

B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$.

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a\sqrt{3}$.

Câu 56: Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$.

B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$.

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$.

Câu 57: Cho tam giác ABC vuông cân tại C và $AB = \sqrt{2}$. Tính độ dài của $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{5}$.

B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{5}$.

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{3}$.

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{3}$.

Câu 58: Cho tam giác ABC vuông tại A và có $AB = 3, AC = 4$. Tính $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}|$.

A. $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = 2$.

B. $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{13}$.

C. $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = 5$.

D. $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = \sqrt{13}$.

Câu 59: Tam giác ABC có $AB = AC = a$ và $BAC = 120^\circ$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$.

B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$.

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a}{2}$.

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$.

Câu 60: Cho tam giác ABC đều cạnh a, H là trung điểm của BC. Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

A. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{a}{2}$.

B. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{3a}{2}$.

C. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

D. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Câu 61: Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Tính độ dài của vector $\vec{v} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$.

A. $|\vec{v}| = 2$.

B. $|\vec{v}| = 2\sqrt{3}$.

C. $|\vec{v}| = 8$.

D. $|\vec{v}| = 4$.

Câu 62: Cho hình thoi ABCD có $AC = 2a$ và $BD = a$. Tính $|\vec{AC} + \vec{BD}|$.

A. $|\vec{AC} + \vec{BD}| = 3a$.

B. $|\vec{AC} + \vec{BD}| = a\sqrt{3}$.

C. $|\vec{AC} + \vec{BD}| = a\sqrt{5}$.

D. $|\vec{AC} + \vec{BD}| = 5a$.

Câu 63: Cho hình vuông ABCD cạnh a . Tính $|\vec{AB} - \vec{DA}|$.

A. $|\vec{AB} - \vec{DA}| = 0$.

B. $|\vec{AB} - \vec{DA}| = a$.

C. $|\vec{AB} - \vec{DA}| = a\sqrt{2}$.

D. $|\vec{AB} - \vec{DA}| = 2a$.

Câu 64: Cho hình vuông ABCD cạnh a , tâm O. Tính $|\vec{OB} + \vec{OC}|$.

A. $|\vec{OB} + \vec{OC}| = a$.

B. $|\vec{OB} + \vec{OC}| = a\sqrt{2}$.

C. $|\vec{OB} + \vec{OC}| = \frac{a}{2}$.

D. $|\vec{OB} + \vec{OC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

55.A	56.A	57.C	58.C	59.A	60.D	61.D	62.C	63.C	64.A
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

XÁC ĐỊNH ĐIỂM THỎA MÃN ĐẲNG THỨC VECTOR

Câu 65: Cho tam giác ABC có M thỏa mãn điều kiện $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$. Xác định vị trí điểm M.

A. M là điểm thứ tư của hình bình hành ACBM.

B. M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

C. M trùng với C.

D. M là trọng tâm tam giác ABC.

Câu 66: Cho tam giác ABC. Tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|\vec{MB} - \vec{MC}| = |\vec{BM} - \vec{BA}|$ là

A. đường thẳng AB.

B. trung trực đoạn BC.

C. đường tròn tâm A, bán kính BC.

D. đường thẳng qua A và song song với BC.

Câu 67: Cho hình bình hành ABCD. Tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn đẳng thức

$\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MC} = \vec{MD}$ là

A. một đường tròn.

B. một đường thẳng.

C. tập rỗng.

D. một đoạn thẳng.

Câu 68: Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn $\vec{MB} + \vec{MC} = \vec{AB}$. Tìm vị trí điểm M.

A. M là trung điểm của AC.

B. M là trung điểm của AB.

C. M là trung điểm của BC.

D. M là điểm thứ tư của hình bình hành ABCM.

Câu 69: Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn điều kiện $\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. MABC là hình bình hành.

B. $\vec{AM} + \vec{AB} = \vec{AC}$.

C. $\vec{BA} + \vec{BC} = \vec{BM}$.

D. $\vec{MA} = \vec{BC}$.

65.A	66.D	67.C	68.A	69.D
------	------	------	------	------

BÀI 3: TÍCH CỦA VEC TƠ VỚI MỘT SỐ

1. Định nghĩa

Cho số $k \neq 0$ và vector $\vec{a} \neq \vec{0}$. Tích của vector $\vec{a}$ với số k là một vector, kí hiệu là $k\vec{a}$, cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k > 0$, ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k < 0$ và có độ dài bằng $|k| \cdot |\vec{a}|$.

2. Tính chất

Với hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bất kì, với mọi số h và k , ta có

$$\square k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b};$$

$$\square (h + k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a};$$

$$\square h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a};$$

$$\square 1.\vec{a} = \vec{a}, (-1).\vec{a} = -\vec{a}.$$

3. Trung điểm của đoạn thẳng và trọng tâm của tam giác

a) Nếu I là trung điểm của đoạn thẳng AB thì với mọi điểm M thì ta có

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}.$$

b) Nếu G là trọng tâm của tam giác ABC thì với mọi điểm M thì ta có

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{MG}.$$

4. Điều kiện để hai vector cùng phương

Điều kiện cần và đủ để hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ($\vec{b} \neq \vec{0}$) cùng phương là có một số k để

$$\vec{a} = k\vec{b}.$$

Nhận xét. Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi có số k khác 0 để

$$\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}.$$

5. Phân tích một vector theo hai vector không cùng phương

Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Khi đó mọi vector $\vec{x}$ đều phân tích được một cách duy nhất theo hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$, nghĩa là có duy nhất cặp số h, k sao cho $\vec{x} = h\vec{a} + k\vec{b}$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

TÍNH ĐỘ DÀI VEC TƠ

Câu 70: Cho tam giác OAB vuông cân tại O , cạnh $OA = a$. Tính $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}|$.

A. a .

B. $(1 + \sqrt{2})a$.

C. $a\sqrt{5}$.

D. $2a\sqrt{2}$.

Câu 71: Cho tam giác OAB vuông cân tại O , cạnh $OA = a$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $|3\overrightarrow{OA} + 4\overrightarrow{OB}| = 5a$.

B. $|2\overrightarrow{OA}| + |3\overrightarrow{OB}| = 5a$.

C. $|7\overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OB}| = 5a$.

D. $|11\overrightarrow{OA}| - |6\overrightarrow{OB}| = 5a$.

PHÂN TÍCH VEC TƠ

Câu 72: Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC , I là trung điểm của AM . Khẳng định nào

sau đây đúng?

A. $\vec{IB} + 2\vec{IC} + \vec{IA} = \vec{0}$.

B. $\vec{IB} + \vec{IC} + 2\vec{IA} = \vec{0}$.

C. $2\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{IA} = \vec{0}$.

D. $\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{IA} = \vec{0}$.

Câu 73: Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC, I là trung điểm của AM. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{AI} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC})$.

B. $\vec{AI} = \frac{1}{4}(\vec{AB} - \vec{AC})$.

C. $\vec{AI} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$.

D. $\vec{AI} = \frac{1}{4}\vec{AB} - \frac{1}{2}\vec{AC}$.

Câu 74: Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC, G là trọng tâm của tam giác ABC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{AG} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AC})$.

B. $\vec{AG} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC})$.

C. $\vec{AG} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{2}\vec{AC}$.

D. $\vec{AI} = \frac{2}{3}\vec{AB} + 3\vec{AC}$.

Câu 75: Cho tứ giác ABCD. Trên cạnh AB, CD lấy lần lượt các điểm M, N sao cho $3\vec{AM} = 2\vec{AB}$ và $3\vec{DN} = 2\vec{DC}$. Tính vector $\vec{MN}$ theo hai vector $\vec{AD}, \vec{BC}$.

A. $\vec{MN} = \frac{1}{3}\vec{AD} + \frac{1}{3}\vec{BC}$.

B. $\vec{MN} = \frac{1}{3}\vec{AD} - \frac{2}{3}\vec{BC}$.

C. $\vec{MN} = \frac{1}{3}\vec{AD} + \frac{2}{3}\vec{BC}$.

D. $\vec{MN} = \frac{2}{3}\vec{AD} + \frac{1}{3}\vec{BC}$.

Câu 76: Cho hình thang ABCD có đáy là AB và CD. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\vec{MN} = \vec{MD} + \vec{CN} + \vec{DC}$.

B. $\vec{MN} = \vec{AB} - \vec{MD} + \vec{BN}$.

C. $\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{DC})$.

D. $\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC})$.

Câu 77: Cho hình bình hành ABCD có M là trung điểm của AB. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{DM} = \frac{1}{2}\vec{CD} + \vec{BC}$.

B. $\vec{DM} = \frac{1}{2}\vec{CD} - \vec{BC}$.

C. $\vec{DM} = \frac{1}{2}\vec{DC} - \vec{BC}$.

D. $\vec{DM} = \frac{1}{2}\vec{DC} + \vec{BC}$.

Câu 78: Cho tam giác ABC, điểm M thuộc cạnh AB sao cho $3AM = AB$ và N là trung điểm của AC. Tính $\vec{MN}$ theo $\vec{AB}$ và $\vec{AC}$.

A. $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{AB}$.

B. $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{AC} - \frac{1}{3}\vec{AB}$.

C. $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$.

D. $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{AC} - \frac{1}{3}\vec{AB}$.

Câu 79: Cho tam giác ABC. Hai điểm M, N chia cạnh BC theo ba phần bằng nhau

$BM = MN = NC$. Tính $\vec{AM}$ theo $\vec{AB}$ và $\vec{AC}$.

A. $\vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$.

B. $\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Câu 80: Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC. Tính $\overrightarrow{AB}$ theo $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$.

Câu 81: Cho tam giác ABC, gọi M là trung điểm AB và N là một điểm trên cạnh AC sao cho $NC = 2NA$. Gọi K là trung điểm của MN. Khi đó

A. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

Câu 82: Cho hình bình hành ABCD. Tính $\overrightarrow{AB}$ theo $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$.

A. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$.

Câu 83: Cho tam giác ABC và đặt $\vec{a} = \overrightarrow{BC}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$. Cặp vector nào sau đây cùng phương?

A. $2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} + 2\vec{b}$.

B. $2\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{a} - 2\vec{b}$.

C. $5\vec{a} + \vec{b}$, $-10\vec{a} - 2\vec{b}$.

D. $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$.

Câu 84: Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Ba điểm C, M, B thẳng hàng.

B. AM là phân giác trong của góc BAC.

C. A, M và trọng tâm tam giác ABC thẳng hàng.

D. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

70.C	71.A	72.B	73.A	74.B	75.B	76.D	77.D	78.B	79.A
80.C	81.C	82.B	83.B	84.C					

CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VECTOR

Câu 85: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm và I là trung điểm của BC. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{GI}$.

B. $\overrightarrow{IG} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$.

C. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$.

D. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA}$.

Câu 86: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm và M là trung điểm BC. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{GA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG}$.

C. $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}$.

D. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GM}$.

Câu 87: Cho tam giác ABC vuông tại A, M là trung điểm của BC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$.

B. $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$.

C. $\overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MC}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{BC}}{2}$.

Câu 88: Cho tam giác ABC. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM}$.

B. $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{NC}$.

C. $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{MN}$.

D. $\overrightarrow{CN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Câu 89: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AG}$.

B. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BG}$.

C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CG}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

Câu 90: Cho tam giác đều ABC và điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{CI} = \frac{\overrightarrow{CA} - 2\overrightarrow{CB}}{3}$.

B. $\overrightarrow{CI} = \frac{\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}}{3}$.

C. $\overrightarrow{CI} = -\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{CI} = \frac{\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}}{-3}$.

Câu 91: Cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC}$.

B. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.

C. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$.

D. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$.

Câu 92: Cho hình vuông ABCD có tâm là O. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AO}$.

B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DO} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$.

C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{AB}$.

Câu 93: Cho hình bình hành ABCD. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$.

Câu 94: Cho hình bình hành ABCD có M là giao điểm của hai đường chéo. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BM}$.

D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

85.C	86.D	87.C	88.C	89.B	90.B	91.C	92.D	93.C	94.D
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

XÁC ĐỊNH ĐIỂM THỎA MÃN ĐẲNG THỨC VECTOR

Câu 95: Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CA}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. M trùng A.

B. M trùng B.

C. M trùng C.

D. M là trọng tâm của tam giác ABC.

Câu 96: Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Đặt $\overrightarrow{GA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{GB} = \vec{b}$. Hãy tìm m, n để có $\overrightarrow{BC} = m\vec{a} + n\vec{b}$.

- A. $m=1, n=2$. B. $m=-1, n=-2$. C. $m=2, n=1$. D. $m=-2, n=-1$.

Câu 97: Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng và điểm M thỏa mãn đẳng thức vector $\overrightarrow{MA} = x\overrightarrow{MB} + y\overrightarrow{MC}$.

Tính giá trị biểu thức $P = x + y$.

- A. $P = 0$. B. $P = 2$. C. $P = -2$. D. $P = 3$.

Câu 98: Cho hình chữ nhật ABCD và số thực $k > 0$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = k$ là

- A. một đoạn thẳng. B. một đường thẳng.
C. một đường tròn. D. một điểm.

Câu 99: Cho hình chữ nhật ABCD và I là giao điểm của hai đường chéo. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$ là

- A. trung trực của đoạn thẳng AB. B. trung trực của đoạn thẳng AD.
C. đường tròn tâm I, bán kính $\frac{AC}{2}$. D. đường tròn tâm I, bán kính $\frac{AB + BC}{2}$.

Câu 100: Cho hai điểm A, B phân biệt và cố định, với I là trung điểm của AB. Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ là

- A. đường tròn tâm I, đường kính $\frac{AB}{2}$.
B. đường tròn đường kính AB.
C. đường trung trực của đoạn thẳng AB.
D. đường trung trực đoạn thẳng IA.

Câu 101: Cho hai điểm A, B phân biệt và cố định, với I là trung điểm của AB. Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$ là

- A. đường trung trực của đoạn thẳng AB.
B. đường tròn đường kính AB.
C. đường trung trực đoạn thẳng IA.
D. đường tròn tâm A, bán kính AB.

Câu 102: Cho tam giác đều ABC cạnh a, trọng tâm G. Tập hợp các điểm M thỏa mãn

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}|$$

- A. đường trung trực của đoạn BC. B. đường tròn đường kính BC.
C. đường tròn tâm G, bán kính $\frac{a}{3}$. D. đường trung trực đoạn thẳng AG.

Câu 103: Cho tam giác đều ABC cạnh a. Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}|$ là đường tròn cố định có bán kính R. Tính bán kính R theo a.

- A. $R = \frac{a}{3}$. B. $R = \frac{a}{9}$. C. $R = \frac{a}{2}$. D. $R = \frac{a}{6}$.

Câu 104: Cho tam giác ABC. Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. Vô số.

BẢNG ĐÁP ÁN

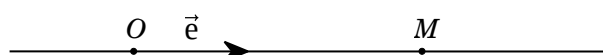
95.D	96.D	97.C	98.C	99.D	100.A	101.D	102.C	103.A	104.D
------	------	------	------	------	-------	-------	-------	-------	-------

BÀI 4: HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

1. Trục và độ dài đại số trên trục

a) Trục tọa độ (hay gọi tắt là trục) là một đường thẳng trên đó đã xác định một điểm O gọi là điểm gốc và một vectơ đơn vị $\vec{e}$.

Ta kí hiệu trục đó là $(O; \vec{e})$.



b) Cho M là một điểm tùy ý trên trục $(O; \vec{e})$. Khi đó có duy nhất một số k sao cho $\overrightarrow{OM} = k\vec{e}$. Ta gọi số k đó là tọa độ của điểm M đối với trục đã cho.

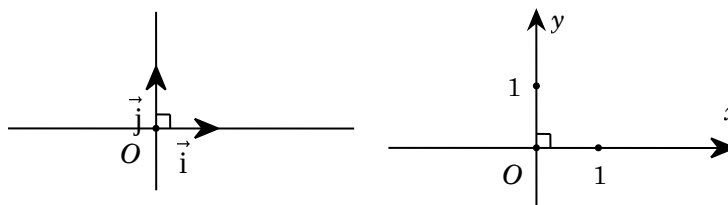
c) Cho hai điểm A và B trên trục $(O; \vec{e})$. Khi đó có duy nhất số a sao cho $\overrightarrow{AB} = a\vec{e}$. Ta gọi số a là độ dài đại số của vectơ $\overrightarrow{AB}$ đối với trục đã cho và kí hiệu $a = \overline{AB}$.

Nhận xét.

- Nếu $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng với $\vec{e}$ thì $\overline{AB} = AB$, còn nếu $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng với $\vec{e}$ thì $\overline{AB} = -AB$.
- Nếu hai điểm A và B trên trục $(O; \vec{e})$ có tọa độ lần lượt là a và b thì $\overline{AB} = b - a$.

2. Hệ trục tọa độ

a) **Định nghĩa.** Hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$ gồm hai trục $(O; \vec{i})$ và $(O; \vec{j})$ vuông góc với nhau. Điểm gốc O chung của hai trục gọi là gốc tọa độ. Trục $(O; \vec{i})$ được gọi là trục hoành và kí hiệu là Ox, trục $(O; \vec{j})$ được gọi là trục tung và kí hiệu là Oy. Các vectơ $\vec{i}$ và $\vec{j}$ là các vectơ đơn vị trên Ox và Oy và $|\vec{i}| = |\vec{j}| = 1$. Hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$ còn được kí hiệu là Oxy.



Mặt phẳng mà trên đó đã cho một hệ trục tọa độ Oxy còn được gọi là mặt phẳng tọa độ Oxy hay gọi tắt là mặt phẳng Oxy.

b) Tọa độ của vectơ

Trong mặt phẳng Oxy cho một vectơ $\vec{u}$ tùy ý. Vẽ $\overrightarrow{OA} = \vec{u}$ và gọi A_1, A_2 lần lượt là hình chiếu của vuông góc của A lên Ox và Oy. Ta có $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2}$ và cặp số duy nhất $(x; y)$ để $\overrightarrow{OA_1} = x\vec{i}$, $\overrightarrow{OA_2} = y\vec{j}$. Như vậy $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$.

Cặp số $(x; y)$ duy nhất đó được gọi là tọa độ của vectơ $\vec{u}$ đối với hệ tọa độ Oxy và viết

$\vec{u} = (x; y)$ hoặc $\vec{u}(x; y)$. Số thứ nhất x gọi là hoành độ, số thứ hai y gọi là tung độ của vector $\vec{u}$.

Như vậy

$$\vec{u} = (x; y) \Leftrightarrow \vec{u} = x \vec{i} + y \vec{j}$$

Nhận xét. Từ định nghĩa tọa độ của vector, ta thấy hai vector bằng nhau khi và chỉ khi chúng có hoành độ bằng nhau và tung độ bằng nhau.

Nếu $\vec{u} = (x; y)$ và $\vec{u}' = (x'; y')$ thì $\vec{u} = \vec{u}' \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$

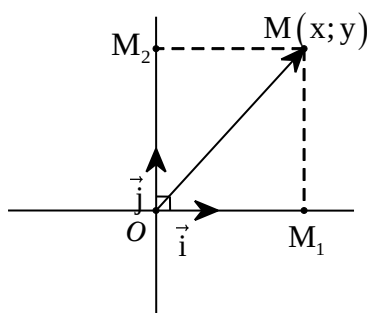
Như vậy, mỗi vector được hoàn toàn xác định khi biết tọa độ của nó.

c) Tọa độ của một điểm

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho một điểm M tùy ý. Tọa độ của vector $\overrightarrow{OM}$ đối với hệ trục Oxy được gọi là tọa độ của điểm M đối với hệ trục đó.

Như vậy, cặp số $(x; y)$ là tọa độ của điểm M khi và chỉ khi $\overrightarrow{OM} = (x; y)$. Khi đó ta viết $M(x; y)$ hoặc $M = (x; y)$. Số x được gọi là hoành độ, còn số y được gọi là tung độ của điểm M . Hoành độ của điểm M còn được kí hiệu là x_M , tung độ của điểm M còn được kí hiệu là y_M .

$$M = (x; y) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x \vec{i} + y \vec{j}$$



Chú ý rằng, nếu $MM_1 \perp Ox$, $MM_2 \perp Oy$ thì $x = \overline{OM_1}$, $y = \overline{OM_2}$.

d) Liên hệ giữa tọa độ của điểm và tọa độ của vector trong mặt phẳng

Cho hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Ta có

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A).$$

3. Tọa độ của các vector $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$, $k\vec{u}$

Ta có các công thức sau:

Cho $\vec{u} = (u_1; u_2)$, $\vec{v} = (v_1; v_2)$

Khi đó:

☐ $\vec{u} + \vec{v} = (u_1 + v_1; u_2 + v_2);$

☐ $\vec{u} - \vec{v} = (u_1 - v_1; u_2 - v_2);$

☐ $k\vec{u} = (ku_1; ku_2), k \in \mathbb{R}.$

Nhận xét. Hai vector $\vec{u} = (u_1; u_2)$, $\vec{v} = (v_1; v_2)$ với $\vec{v} \neq \vec{0}$ cùng phương khi và chỉ khi có một số k sao cho $u_1 = k v_1$ và $u_2 = k v_2$.

4. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng. Tọa độ trọng tâm của tam giác

a) Cho đoạn thẳng AB có $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$. Ta dễ dàng chứng minh được tọa độ trung điểm $I(x_I; y_I)$ của đoạn thẳng AB là

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2}, y_I = \frac{y_A + y_B}{2}.$$

b) Cho tam giác ABC có $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$. Khi đó tọa độ của trọng tâm $G(x_G; y_G)$ của tam giác ABC được tính theo công thức

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}.$$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

TỌA ĐỘ VECTO

Câu 105: Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\vec{a} = (-5; 0)$, $\vec{b} = (-4; 0)$ cùng hướng. B. $\vec{c} = (7; 3)$ là vector đối của $\vec{d} = (-7; 3)$.
C. $\vec{u} = (4; 2)$, $\vec{v} = (8; 3)$ cùng phương. D. $\vec{a} = (6; 3)$, $\vec{b} = (2; 1)$ ngược hướng.

Câu 106: Cho $\vec{a} = (2; -4)$, $\vec{b} = (-5; 3)$. Tìm tọa độ của $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$.

- A. $\vec{u} = (7; -7)$. B. $\vec{u} = (9; -11)$. C. $\vec{u} = (9; -5)$. D. $\vec{u} = (-1; 5)$.

Câu 107: Cho $\vec{a} = (3; -4)$, $\vec{b} = (-1; 2)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{a} + \vec{b}$.

- A. $(-4; 6)$. B. $(2; -2)$. C. $(4; -6)$. D. $(-3; -8)$.

Câu 108: Cho $\vec{a} = (-1; 2)$, $\vec{b} = (5; -7)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{a} - \vec{b}$.

- A. $(6; -9)$. B. $(4; -5)$. C. $(-6; 9)$. D. $(-5; -14)$.

Câu 109: Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$, tọa độ của vector $\vec{i} + \vec{j}$ là

- A. $(0; 1)$. B. $(1; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(1; 1)$.

Câu 110: Cho $\vec{u} = (3; -2)$, $\vec{v} = (1; 6)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\vec{u} + \vec{v}$ và $\vec{a} = (-4; 4)$ ngược hướng. B. $\vec{u}$, $\vec{v}$ cùng phương.
C. $\vec{u} - \vec{v}$ và $\vec{b} = (6; -24)$ cùng hướng. D. $2\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{v}$ cùng phương.

Câu 111: Cho $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$ và $\vec{v} = \vec{i} + x\vec{j}$. Xác định x sao cho $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương.

- A. $x = -1$. B. $x = -\frac{1}{2}$. C. $x = \frac{1}{4}$. D. $x = 2$.

Câu 112: Cho $\vec{a} = (-5; 0)$, $\vec{b} = (4; x)$. Tìm x để hai vector $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng phương.

- A. $x = -5$. B. $x = 4$. C. $x = 0$. D. $x = -1$.

Câu 113: Cho $\vec{a} = (x; 2)$, $\vec{b} = (-5; 1)$, $\vec{c} = (x; 7)$. Tìm x biết $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$.

- A. $x = -15$. B. $x = 3$. C. $x = 15$. D. $x = 5$.

Câu 114: Cho ba vector $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (3; 4)$, $\vec{c} = (7; 2)$. Giá trị của k, h để $\vec{c} = k\vec{a} + h\vec{b}$ là

A. $k = 2, 5; h = -1, 3.$

B. $k = 4, 6; h = -5, 1.$

C. $k = 4, 4; h = -0, 6.$

D. $k = 3, 4; h = -0, 2.$

TỌA ĐỘ CỦA ĐIỂM

Câu 115: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(5; 2), B(10; 8)$. Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$?

A. $\overrightarrow{AB} = (15; 10).$

B. $\overrightarrow{AB} = (2; 4).$

C. $\overrightarrow{AB} = (5; 6).$

D. $\overrightarrow{AB} = (50; 16).$

Câu 116: Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1; 3), B(-1; 2), C(-2; 1)$. Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

A. $(-5; -3).$

B. $(1; 1).$

C. $(-1; 2).$

D. $(-1; 1).$

Câu 117: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -3), B(4; 7)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

A. $I(6; 4).$

B. $I(2; 10).$

C. $I(3; 2).$

D. $I(8; -21).$

Câu 118: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3; 5), B(1; 2), C(5; 2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ?

A. $G(-3; -3).$

B. $G\left(\frac{9}{2}; \frac{9}{2}\right).$

C. $G(9; 9).$

D. $G(3; 3).$

Câu 119: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(6; 1), B(-3; 5)$ và trọng tâm $G(-1; 1)$. Tìm tọa độ đỉnh C ?

A. $C(6; -3).$

B. $C(-6; 3).$

C. $C(-6; -3).$

D. $C(-3; 6).$

Câu 120: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2; 2), B(3; 5)$ và trọng tâm là gốc tọa độ $O(0; 0)$. Tìm tọa độ đỉnh C ?

A. $C(-1; -7).$

B. $C(2; -2).$

C. $C(-3; -5).$

D. $C(1; 7).$

Câu 121: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; -1), B(5; -3)$ và C thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác thuộc trục Ox . Tìm tọa độ điểm C .

A. $C(0; 4).$

B. $C(2; 4).$

C. $C(0; 2).$

D. $C(0; -4).$

Câu 122: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $C(-2; -4)$, trọng tâm $G(0; 4)$ và trung điểm cạnh BC là $M(2; 0)$. Tổng hoành độ của điểm A và B là

A. $-2.$

B. $2.$

C. $4.$

D. $8.$

Câu 123: Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-1; 1), B(1; 3), C(-2; 0)$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC}.$

B. A, B, C thẳng hàng.

C. $\overrightarrow{BA} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}.$

D. $\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{CA} = \vec{0}.$

Câu 124: Trong hệ tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(3; -2), B(7; 1), C(0; 1), D(-8; -5)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ là hai vector đối nhau.

B. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ ngược hướng.

C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng hướng.

D. A, B, C, D thẳng hàng.

Câu 125: Trong hệ tọa độ Oxy, cho $A(-1;5)$, $B(5;5)$, $C(-1;11)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. A, B, C thẳng hàng.

B. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương.

C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương.

D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Câu 126: Trong hệ tọa độ Oxy, cho bốn điểm $A(1;1)$, $B(2;-1)$, $C(4;3)$, $D(3;5)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Tứ giác ABCD là hình bình hành.

B. G(9;7) là trọng tâm tam giác BCD.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ cùng phương.

Câu 127: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;1)$, $B(-2;-2)$, $C(7;7)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. G(2;2) là trọng tâm tam giác ABC.

B. B ở giữa hai điểm A và C.

C. A ở giữa hai điểm B và C.

D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Câu 128: Trong hệ tọa độ Oxy, cho điểm $M(3;-4)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên Ox, Oy. Khẳng định nào đúng?

A. $\overline{OM_1} = -3$.

B. $\overline{OM_2} = 4$.

C. $\overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OM_2} = (-3;-4)$.

D. $\overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2} = (3;-4)$.

Câu 129: Trong hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành OABC, điểm C thuộc trục hoành. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}$ có tung độ khác 0.

B. Hai điểm A, B có tung độ khác nhau.

C. C có hoành độ bằng 0.

D. $x_A + x_C - x_B = 0$.

Câu 130: Trong hệ tọa độ Oxy, cho bốn điểm $A(-5;-2)$, $B(-5;3)$, $C(3;3)$, $D(3;-2)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng hướng.

B. ABCD là hình chữ nhật.

C. I(-1;1) là trung điểm AC.

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC}$.

Câu 131: Trong hệ tọa độ Oxy, cho bốn điểm $A(2;1)$, $B(2;-1)$, $C(-2;-3)$, $D(-2;-1)$. Xét hai mệnh đề:

(I). ABCD là hình bình hành. (II). AC cắt BD tại $M(0;-1)$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Chỉ (I) đúng.

B. Chỉ (II) đúng.

C. Cả (I) và (II) đều đúng.

D. Cả (I) và (II) đều sai.

Câu 132: Trong hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(1;1)$, $B(3;2)$, $C(6;5)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác ABCD là hình bình hành.

A. $D(4;3)$.

B. $D(3;4)$.

C. $D(4;4)$.

D. $D(8;6)$.

Câu 133: Trong hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(0;-3)$, $B(2;1)$, $D(5;5)$. Tìm tọa độ điểm C để tứ giác

$ABCD$ là hình bình hành.

- A. $C(3;1)$. B. $C(-3;-1)$. C. $C(7;9)$. D. $C(-7;-9)$.

Câu 134: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có $A(0;3)$, $D(2;1)$ và $I(-1;0)$ là tâm của hình chữ nhật. Tìm tọa độ tung điểm của cạnh BC .

- A. $(1;2)$. B. $(-2;-3)$. C. $(-3;-2)$. D. $(-4;-1)$.

Câu 135: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $B(9;7)$, $C(11;-1)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{MN}$?

- A. $\overrightarrow{MN} = (2;-8)$. B. $\overrightarrow{MN} = (1;-4)$. C. $\overrightarrow{MN} = (10;6)$. D. $\overrightarrow{MN} = (5;3)$.

Câu 136: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $M(2;3)$, $N(0;-4)$, $P(-1;6)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Tìm tọa độ đỉnh A ?

- A. $A(1;5)$. B. $A(-3;-1)$. C. $A(-2;-7)$. D. $A(1;-10)$.

Câu 137: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;2)$, $B(-2;3)$. Tìm tọa độ điểm I sao cho $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

- A. $I(1;2)$. B. $I\left(1;\frac{2}{5}\right)$. C. $I\left(-1;\frac{8}{3}\right)$. D. $I(2;-2)$.

Câu 138: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;-3)$, $B(3;4)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc trục hoành sao cho A, B, M thẳng hàng.

- A. $M(1;0)$. B. $M(4;0)$. C. $M\left(-\frac{5}{3};-\frac{1}{3}\right)$. D. $M\left(\frac{17}{7};0\right)$.

Câu 139: Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;0)$, $B(0;3)$ và $C(-3;-5)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho biểu thức $P = \left| 2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $M(4;0)$. B. $M(-4;0)$. C. $M(16;0)$. D. $M(-16;0)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

115.C	116.B	117.C	118.D	119.C	120.A	121.B	122.B	123.A	124.B
125.C	126.A	127.A	128.D	129.A	130.B	131.C	132.C	133.C	134.C
135.B	136.B	137.C	138.D	139.A					

CHƯƠNG II: TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VÉC TƠ VÀ ỨNG DỤNG

BÀI 1: GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC BẤT KỲ TỪ 0° ĐẾN 180°

1. Định nghĩa

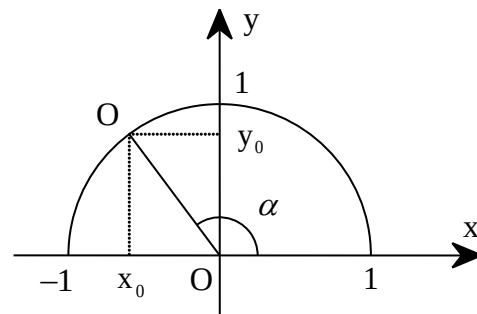
Với mỗi góc α ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$) ta xác định một điểm M trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\angle xOM = \alpha$ và giả sử điểm M có tọa độ $M(x_0; y_0)$.

Khi đó ta có định nghĩa:

- sin của góc α là y_0 , kí hiệu $\sin \alpha = y_0$;
- cosin của góc α là x_0 , kí hiệu $\cos \alpha = x_0$;
- tang của góc α là $\frac{y_0}{x_0}$ ($x_0 \neq 0$),

kí hiệu $\tan \alpha = \frac{y_0}{x_0}$;

- cotang của góc α là $\frac{x_0}{y_0}$ ($y_0 \neq 0$), kí hiệu $\cot \alpha = \frac{x_0}{y_0}$.



2. Tính chất

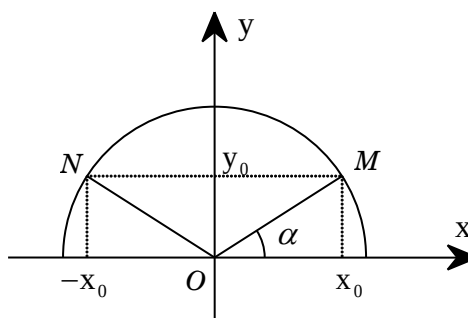
Trên hình bên ta có dây cung song song với trục Ox và nếu $\angle xOM = \alpha$ thì $\angle xON = 180^\circ - \alpha$. Ta có $y_M = y_N = y_0$, $x_M = -x_N = x_0$. Do đó

$$\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$$

$$\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$$

$$\tan \alpha = -\tan(180^\circ - \alpha)$$

$$\cot \alpha = -\cot(180^\circ - \alpha).$$



3. Giá trị lượng giác của các góc đặc biệt

Giá trị α lượng giác	0°	30°	45°	60°	90°	180°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$		0
$\cot \alpha$		$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	

Trong bảng kí hiệu "||" để chỉ giá trị lượng giác không xác định.

Chú ý. Từ giá trị lượng giác của các góc đặc biệt đã cho trong bảng và tính chất trên, ta có thể suy ra giá trị lượng giác của một số góc đặc biệt khác.

Chẳng hạn:

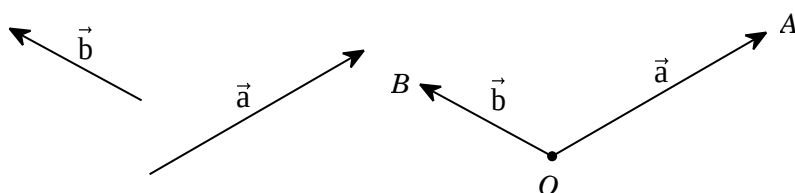
$$\sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 135^\circ = \cos(180^\circ - 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

4. Góc giữa hai vector

a) Định nghĩa

Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vector $\vec{0}$. Từ một điểm O bất kì ta vẽ $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Góc AOB với số đo từ 0° đến 180° được gọi là góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Ta kí hiệu góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là $(\vec{a}, \vec{b})$. Nếu $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$ thì ta nói rằng $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau, kí hiệu là $\vec{a} \perp \vec{b}$ hoặc $\vec{b} \perp \vec{a}$.



b) Chú ý. Từ định nghĩa ta có $(\vec{a}, \vec{b}) = (\vec{b}, \vec{a})$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

Câu 140: Giá trị $\cos 45^\circ + \sin 45^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A. 1. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. 0.

Câu 141: Giá trị của $\tan 30^\circ + \cot 30^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{4}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. D. 2.

Câu 142: Trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào là đúng?

- A. $\sin 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
C. $\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\cot 150^\circ = \sqrt{3}$.

Câu 143: Tính giá trị biểu thức $P = \cos 30^\circ \cos 60^\circ - \sin 30^\circ \sin 60^\circ$.

- A. $P = \sqrt{3}$. B. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $P = 1$. D. $P = 0$.

Câu 144: Tính giá trị biểu thức $P = \sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ$.

- A. $P = 1$. B. $P = 0$. C. $P = \sqrt{3}$. D. $P = -\sqrt{3}$.

Câu 145: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

- A. $\sin 45^\circ + \cos 45^\circ = \sqrt{2}$. B. $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ = 1$.
 C. $\sin 60^\circ + \cos 150^\circ = 0$. D. $\sin 120^\circ + \cos 30^\circ = 0$.

Câu 146: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

- A. $\sin 0^\circ + \cos 0^\circ = 0$. B. $\sin 90^\circ + \cos 90^\circ = 1$.

C. $\sin 180^\circ + \cos 180^\circ = -1$.

D. $\sin 60^\circ + \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

Câu 147: Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai?

A. $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ$.

B. $\cos 45^\circ = \sin 135^\circ$.

C. $\cos 30^\circ = \sin 120^\circ$.

D. $\sin 60^\circ = \cos 120^\circ$.

Câu 148: Tam giác ABC vuông ở A có góc $B = 30^\circ$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\cos B = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\cos C = \frac{1}{2}$.

D. $\sin B = \frac{1}{2}$.

Câu 149: Tam giác đều ABC có đường cao AH . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\sin BAH = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\cos BAH = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $\sin ABC = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\sin AHC = \frac{1}{2}$.

HAI GÓC BÙ NHAU – HAI GÓC PHỤ NHAU

Câu 150: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$.

B. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$.

C. $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$.

D. $\sin(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$.

Câu 151: Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào sai?

A. $\sin \alpha = \sin \beta$.

B. $\cos \alpha = -\cos \beta$.

C. $\tan \alpha = -\tan \beta$.

D. $\cot \alpha = \cot \beta$.

Câu 152: Tính giá trị biểu thức $P = \sin 30^\circ \cos 15^\circ + \sin 150^\circ \cos 165^\circ$.

A. $P = -\frac{3}{4}$.

B. $P = 0$.

C. $P = \frac{1}{2}$.

D. $P = 1$.

Câu 153: Cho hai góc α và β với $\alpha + \beta = 180^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha$.

A. $P = 0$.

B. $P = 1$.

C. $P = -1$.

D. $P = 2$.

Câu 154: Cho tam giác ABC . Tính $P = \sin A \cos(B+C) + \cos A \sin(B+C)$.

A. $P = 0$.

B. $P = 1$.

C. $P = -1$.

D. $P = 2$.

Câu 155: Cho tam giác ABC . Tính $P = \cos A \cos(B+C) - \sin A \sin(B+C)$.

A. $P = 0$.

B. $P = 1$.

C. $P = -1$.

D. $P = 2$.

Câu 156: Cho hai góc nhọn α và β phụ nhau. Hệ thức nào sau đây là sai?

A. $\sin \alpha = -\cos \beta$.

B. $\cos \alpha = \sin \beta$.

C. $\tan \alpha = \cot \beta$.

D. $\cot \alpha = \tan \beta$.

Câu 157: Tính giá trị biểu thức $S = \sin^2 15^\circ + \cos^2 20^\circ + \sin^2 75^\circ + \cos^2 110^\circ$.

A. $S = 0$.

B. $S = 1$.

C. $S = 2$.

D. $S = 4$.

Câu 158: Cho hai góc α và β với $\alpha + \beta = 90^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $P = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$.

A. $P = 0$.

B. $P = 1$.

C. $P = -1$.

D. $P = 2$.

Câu 159: Cho hai góc α và β với $\alpha + \beta = 90^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha$.

A. $P = 0$.

B. $P = 1$.

C. $P = -1$.

D. $P = 2$.

SO SÁNH GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

Câu 160: Cho α là góc tù. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\sin \alpha < 0$.

B. $\cos \alpha > 0$.

C. $\tan \alpha < 0$.

D. $\cot \alpha > 0$.

Câu 161: Cho hai góc nhọn α và β trong đó $\alpha < \beta$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\cos \alpha < \cos \beta$.

B. $\sin \alpha < \sin \beta$.

C. $\cot \alpha > \cot \beta$.

D. $\tan \alpha + \tan \beta > 0$.

Câu 162: Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\cos 75^\circ > \cos 50^\circ$.

B. $\sin 80^\circ > \sin 50^\circ$.

C. $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ$.

D. $\cos 30^\circ = \sin 60^\circ$.

Câu 163: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin 90^\circ < \sin 100^\circ$.

B. $\cos 95^\circ > \cos 100^\circ$.

C. $\tan 85^\circ < \tan 125^\circ$.

D. $\cos 145^\circ > \cos 125^\circ$.

Câu 164: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin 90^\circ < \sin 150^\circ$.

B. $\sin 90^\circ 15' < \sin 90^\circ 30'$.

C. $\cos 90^\circ 30' > \cos 100^\circ$.

D. $\cos 150^\circ > \cos 120^\circ$.

TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC

Câu 165: Chọn hệ thức đúng được suy ra từ hệ thức $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$?

A. $\cos^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$.

B. $\cos^2 \frac{\alpha}{3} + \sin^2 \frac{\alpha}{3} = \frac{1}{3}$.

C. $\cos^2 \frac{\alpha}{4} + \sin^2 \frac{\alpha}{4} = \frac{1}{4}$.

D. $5 \left(\cos^2 \frac{\alpha}{5} + \sin^2 \frac{\alpha}{5} \right) = 5$.

Câu 166: Cho biết $\sin \frac{\alpha}{3} = \frac{3}{5}$. Giá trị của $P = 3 \sin^2 \frac{\alpha}{3} + 5 \cos^2 \frac{\alpha}{3}$ bằng bao nhiêu?

A. $P = \frac{105}{25}$.

B. $P = \frac{107}{25}$.

C. $P = \frac{109}{25}$.

D. $P = \frac{111}{25}$.

Câu 167: Cho biết $\tan \alpha = -3$. Giá trị của $P = \frac{6 \sin \alpha - 7 \cos \alpha}{6 \cos \alpha + 7 \sin \alpha}$ bằng bao nhiêu?

A. $P = \frac{4}{3}$.

B. $P = \frac{5}{3}$.

C. $P = -\frac{4}{3}$.

D. $P = -\frac{5}{3}$.

Câu 168: Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Giá trị của $P = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha}$ bằng bao nhiêu?

A. $P = -\frac{19}{13}$.

B. $P = \frac{19}{13}$.

C. $P = \frac{25}{13}$.

D. $P = -\frac{25}{13}$.

Câu 169: Cho biết $\cot \alpha = 5$. Giá trị của $P = 2 \cos^2 \alpha + 5 \sin \alpha \cos \alpha + 1$ bằng bao nhiêu?

A. $P = \frac{10}{26}$.

B. $P = \frac{100}{26}$.

C. $P = \frac{50}{26}$.

D. $P = \frac{101}{26}$.

Câu 170: Cho biết $3 \cos \alpha - \sin \alpha = 1$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Giá trị của $\tan \alpha$ bằng

A. $\tan \alpha = \frac{4}{3}$.

B. $\tan \alpha = \frac{3}{4}$.

C. $\tan \alpha = \frac{4}{5}$.

D. $\tan \alpha = \frac{5}{4}$.

Câu 171: Cho biết $2 \cos \alpha + \sqrt{2} \sin \alpha = 2$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Tính giá trị của $\cot \alpha$.

A. $\cot \alpha = \frac{\sqrt{5}}{4}$.

B. $\cot \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

C. $\cot \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

D. $\cot \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 172: Cho biết $\sin \alpha + \cos \alpha = a$. Tính giá trị của $\sin \alpha \cos \alpha$.

A. $\sin \alpha \cos \alpha = a^2$.

B. $\sin \alpha \cos \alpha = 2a$.

C. $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{a^2 - 1}{2}$.

D. $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{a^2 - 11}{2}$.

Câu 173: Cho biết $\cos \alpha + \sin \alpha = \frac{1}{3}$. Giá trị của $P = \sqrt{\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha}$ bằng bao nhiêu?

A. $P = \frac{5}{4}$.

B. $P = \frac{7}{4}$.

C. $P = \frac{9}{4}$.

D. $P = \frac{11}{4}$.

Câu 174: Cho biết $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Giá trị của $P = \sqrt{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha}$ bằng bao nhiêu?

A. $P = \frac{\sqrt{15}}{5}$.

B. $P = \frac{\sqrt{17}}{5}$.

C. $P = \frac{\sqrt{19}}{5}$.

D. $P = \frac{\sqrt{21}}{5}$.

GÓC GIỮA HAI VECTO

Câu 175: Cho O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều MNP . Góc nào sau đây bằng 120° ?

A. $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{NP})$

B. $(\overrightarrow{MO}, \overrightarrow{ON})$.

C. $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{OP})$.

D. $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP})$.

Câu 176: Cho tam giác đều ABC . Tính $P = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) + \cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB})$.

A. $P = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

B. $P = \frac{3}{2}$.

C. $P = -\frac{3}{2}$.

D. $P = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 177: Cho tam giác đều ABC có đường cao AH . Tính $(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BA})$.

A. 30° .

B. 60° .

C. 120° .

D. 150° .

Câu 178: Tam giác ABC vuông ở A và có góc $B = 50^\circ$. Hệ thức nào sau đây sai?

A. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 130^\circ$.

B. $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) = 40^\circ$.

C. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}) = 50^\circ$.

D. $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = 40^\circ$.

Câu 179: Tam giác ABC vuông ở A và có $BC = 2AC$. Tính $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB})$.

A. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = \frac{1}{2}$.

B. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = -\frac{1}{2}$.

C. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 180: Cho tam giác ABC . Tính tổng $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB})$.

A. 180° .

B. 360° .

C. 270° .

D. 120° .

Câu 181: Cho tam giác ABC với $A = 60^\circ$. Tính tổng $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA})$.

A. 120° .

B. 360° .

C. 270° .

D. 240° .

Câu 182: Tam giác ABC có góc A bằng 100° và có trực tâm H . Tính tổng

$(\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HB}) + (\overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}) + (\overrightarrow{HC}, \overrightarrow{HA})$.

A. 360° .

B. 180° .

C. 80° .

D. 160° .

Câu 183: Cho hình vuông $ABCD$. Tính $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA})$.

A. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}) = 0$.

D. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}) = -1$.

Câu 184: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Tính tổng $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}) + (\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CB}) + (\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{DC})$.

A. 45° .

B. 405° .

C. 315° .

D. 225° .

BẢNG ĐÁP ÁN

140.B	141.A	142.C	143.D	144.A	145.D	146.A	147.D	148.A	149.C
150.C	151.D	152.B	153.C	154.C	155.A	156.B	157.C	158.C	159.A
160.C	161.A	162.A	163.B	164.C	165.D	166.B	167.B	168.C	169.D
170.C	171.A	172.C	173.B	174.D	175.B	176.A	177.A	178.B	179.A
180.A	181.A	182.A	183.A	184.C					

BÀI 2: TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VÉC TƠ

1. Định nghĩa

Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vectơ $\vec{0}$. Tích vô hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số, kí hiệu là $\vec{a} \cdot \vec{b}$, được xác định bởi công thức sau:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}).$$

Trường hợp ít nhất một trong hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng vectơ

$$MI^2 - \frac{AB^2}{4} = -16 \Leftrightarrow MI^2 = \frac{AB^2}{4} - 16 = \frac{8^2}{4} - 16 = 0 \longrightarrow M \equiv I. \text{ ta quy ước } \vec{a} \cdot \vec{b} = 0.$$

Chú ý

- Với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác vectơ $\vec{0}$ ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$.
- Khi $\vec{a} = \vec{b}$ tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{a}$ được kí hiệu là $\vec{a}^2$ và số này được gọi là bình phương vô hướng của vectơ $\vec{a}$.

Ta có:

$$\vec{a}^2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| \cdot \cos 0^\circ = |\vec{a}|^2.$$

2. Các tính chất của tích vô hướng

Người ta chứng minh được các tính chất sau đây của tích vô hướng:

Với ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ bất kì và mọi số k ta có:

- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ (tính chất giao hoán);
- $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ (tính chất phân phối);
- $(k\vec{a}) \cdot \vec{b} = k(\vec{a} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot (k\vec{b})$;
- $\vec{a}^2 \geq 0$, $\vec{a}^2 = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$.

Nhận xét. Từ các tính chất của tích vô hướng của hai vector ta suy ra:

$$\begin{aligned} \bullet & \left(\vec{a} + \vec{b} \right)^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2; \\ \bullet & \left(\vec{a} - \vec{b} \right)^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2; \\ \bullet & \left(\vec{a} + \vec{b} \right) \left(\vec{a} - \vec{b} \right) = \vec{a}^2 - \vec{b}^2. \end{aligned}$$

3. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

Trên mặt phẳng tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$, cho hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$. Khi đó tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ là:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2.$$

Nhận xét. Hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$ đều khác vector $\vec{0}$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$$a_1 b_1 + a_2 b_2 = 0.$$

4. Ứng dụng

a) Độ dài của vector

Độ dài của vector $\vec{a} = (a_1; a_2)$ được tính theo công thức:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}.$$

b) Góc giữa hai vector

Từ định nghĩa tích vô hướng của hai vector ta suy ra nếu $\vec{a} = (a_1; a_2)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2)$ đều khác $\vec{0}$ thì ta có

$$\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}.$$

c) Khoảng cách giữa hai điểm

Khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ được tính theo công thức:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTOR

Câu 185: Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vector cùng hướng và đều khác vector $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Câu 186: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

A. $\alpha = 180^\circ$. B. $\alpha = 0^\circ$. C. $\alpha = 90^\circ$. D. $\alpha = 45^\circ$.

Câu 187: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$. Xác định góc α giữa hai vector

$\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\alpha = 30^\circ$.

B. $\alpha = 45^\circ$.

C. $\alpha = 60^\circ$.

D. $\alpha = 120^\circ$.

Câu 188: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ và hai vector $\vec{u} = \frac{2}{5}\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b}$ vuông góc với nhau. Xác định góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\alpha = 90^\circ$.

B. $\alpha = 180^\circ$.

C. $\alpha = 60^\circ$.

D. $\alpha = 45^\circ$.

Câu 189: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2)$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2)$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2)$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{4}(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2)$.

Câu 190: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2a^2$.

B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{a^2}{2}$.

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$.

Câu 191: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$.

B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{a^2}{2}$.

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2}$.

Câu 192: Gọi G là trọng tâm tam giác đều ABC có cạnh bằng a. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}a^2$.

B. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = -\frac{1}{2}a^2$.

C. $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} = \frac{a^2}{6}$.

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}a^2$.

Câu 193: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a và chiều cao AH. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

B. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{HA}) = 150^\circ$.

C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$.

D. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{a^2}{2}$.

Câu 194: Cho tam giác ABC vuông cân tại A và có $AB = AC = a$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -a^2$.

B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$.

C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 195: Cho tam giác ABC vuông tại A và có $AB = c$, $AC = b$. Tính $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = b^2$.

B. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = c^2$.

C. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = b^2 + c^2$.

D. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = b^2 - c^2$.

Câu 196: Cho tam giác ABC có $AB = 2$ cm, $BC = 3$ cm, $CA = 5$ cm. Tính $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$.

A. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 13$.

B. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 15$.

C. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 17$.

D. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 19$.

Câu 197: Cho tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. Tính $P = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC}$.

A. $P = b^2 - c^2$.

B. $P = \frac{c^2 + b^2}{2}$.

C. $P = \frac{c^2 + b^2 + a^2}{3}$.

D. $P = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2}$.

Câu 198: Cho tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. Gọi M là trung điểm cạnh BC. Tính $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{b^2 - c^2}{2}$.

B. $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{c^2 + b^2}{2}$.

C. $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{c^2 + b^2 + a^2}{3}$.

D. $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2}$.

Câu 199: Cho ba điểm O, A, B không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để tích vô hướng

$(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ là

A. tam giác OAB đều.

B. tam giác OAB cân tại O.

C. tam giác OAB vuông tại O.

D. tam giác OAB vuông cân tại O.

Câu 200: Cho M, N, P, Q là bốn điểm tùy ý. Trong các hệ thức sau, hệ thức nào sai?

A. $\overrightarrow{MN}(\overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ}) = \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{PQ}$.

B. $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MN} = -\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MP}$.

C. $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{MN}$.

D. $(\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PQ})(\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ}) = MN^2 - PQ^2$.

Câu 201: Cho hình vuông ABCD cạnh a. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$.

B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2 \sqrt{2}$.

C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2} a^2$.

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} a^2$.

Câu 202: Cho hình vuông ABCD cạnh a. Tính $P = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CA})$.

A. $P = -1$.

B. $P = 3a^2$.

C. $P = -3a^2$.

D. $P = 2a^2$.

Câu 203: Cho hình vuông ABCD cạnh a. Tính $P = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BA})$.

A. $P = 2\sqrt{2}a$.

B. $P = 2a^2$.

C. $P = a^2$.

D. $P = -2a^2$.

Câu 204: Cho hình vuông ABCD cạnh a. Gọi E là điểm đối xứng của D qua C. Tính $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB}$.

A. $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} = 2a^2$.

B. $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} = \sqrt{3}a^2$.

C. $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} = \sqrt{5}a^2$.

D. $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} = 5a^2$.

Câu 205: Cho hình vuông ABCD cạnh bằng 2. Điểm M nằm trên đoạn thẳng AC sao cho $AM = \frac{AC}{4}$. Gọi N là trung điểm của đoạn thẳng DC. Tính $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MN}$.

A. $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MN} = -4$.

B. $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MN} = 0$.

C. $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MN} = 4$.

D. $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MN} = 16$.

Câu 206: Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 8$, $AD = 5$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$.

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 62$.

B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 64$.

C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -62$.

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -64$.

Câu 207: Cho hình thoi ABCD có $AC = 8$ và $BD = 6$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 24$.

B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 26$.

C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 28$.

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 32$.

Câu 208: Cho hình bình hành ABCD có $AB = 8$ cm, $AD = 12$ cm, góc ABC nhọn và diện tích bằng 54 cm^2 . Tính $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC})$.

A. $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = \frac{2\sqrt{7}}{16}$.

B. $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = -\frac{2\sqrt{7}}{16}$.

C. $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = \frac{5\sqrt{7}}{16}$.

D. $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = -\frac{5\sqrt{7}}{16}$.

Câu 209: Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = a$ và $AD = a\sqrt{2}$. Gọi K là trung điểm của cạnh AD. Tính $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC}$.

- A. $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$. B. $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = -a^2\sqrt{2}$. C. $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2\sqrt{2}$. D. $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = 2a^2$.

QUỖI TÍCH

Câu 210: Cho tam giác ABC. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA}(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0$ là:

- A. một điểm. B. đường thẳng. C. đoạn thẳng. D. đường tròn.

Câu 211: Tìm tập các hợp điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MB}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0$ với A, B, C là ba đỉnh của tam giác.

- A. một điểm. B. đường thẳng. C. đoạn thẳng. D. đường tròn.

Câu 212: Cho tam giác ABC. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ là:

- A. một điểm. B. đường thẳng. C. đoạn thẳng. D. đường tròn.

BẢNG ĐÁP ÁN

185.A	186.A	187.D	188.C	189.B	190.D	191.C	192.C	193.D	194.B
195.B	196.B	197.B	198.C	199.D	200.B	201.A	202.C	203.D	204.C
205.C	206.A	207.B	208.C	209.C	210.B	211.B	212.B		

BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG HAI VECTO

Cho tam giác ABC với ba đỉnh có tọa độ xác định $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$ thì

- Trung điểm I của đoạn AB $\longrightarrow I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.
- Trọng tâm G $\longrightarrow G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$.
- Trực tâm H $\longrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{CA} = 0 \end{cases}$.
- Tâm đường tròn ngoại tiếp E $\longrightarrow EA = EB = EC \Leftrightarrow \begin{cases} AE^2 = BE^2 \\ AE^2 = CE^2 \end{cases}$.
- Chân đường cao K hạ từ đỉnh A $\longrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BK} = k\overrightarrow{BC} \end{cases}$.
- Chân đường phân giác trong góc A là điểm D $\longrightarrow \overrightarrow{DB} = -\frac{AB}{AC} \cdot \overrightarrow{DC}$.
- Chu vi: $P = AB + BC + CA$.
- Diện tích: $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sqrt{1 - \cos^2 A}$.
- Góc A: $\cos A = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
- Tam giác ABC vuông cân tại A $\longrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ AB = AC \end{cases}$.

Câu 213: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(3; -1)$, $B(2; 10)$, $C(-4; 2)$. Tính tích vô hướng

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}.$$

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 40$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -40$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 26$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -26$.

Câu 214: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm A(3;-1) và B(2;10). Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB}$.

- A. $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = -4$. B. $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$. C. $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 4$. D. $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 16$.

Câu 215: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai vector $\vec{a} = 4\vec{i} + 6\vec{j}$ và $\vec{b} = 3\vec{i} - 7\vec{j}$. Tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -30$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 30$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 43$.

Câu 216: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai vector $\vec{a} = (-3; 2)$ và $\vec{b} = (-1; -7)$. Tìm tọa độ vector $\vec{c}$ biết $\vec{c} \cdot \vec{a} = 9$ và $\vec{c} \cdot \vec{b} = -20$.

- A. $\vec{c} = (-1; -3)$. B. $\vec{c} = (-1; 3)$. C. $\vec{c} = (1; -3)$. D. $\vec{c} = (1; 3)$.

Câu 217: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba vector $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (4; 3)$ và $\vec{c} = (2; 3)$.

$$\text{Tính } P = \vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}).$$

- A. $P = 0$. B. $P = 18$. C. $P = 20$. D. $P = 28$.

Câu 218: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai vector $\vec{a} = (-1; 1)$ và $\vec{b} = (2; 0)$. Tính cosin của góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$. D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$.

Câu 219: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai vector $\vec{a} = (-2; -1)$ và $\vec{b} = (4; -3)$. Tính cosin của góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.
C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$.

Câu 220: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai vector $\vec{a} = (4; 3)$ và $\vec{b} = (1; 7)$. Tính góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. $\alpha = 90^\circ$. B. $\alpha = 60^\circ$. C. $\alpha = 45^\circ$. D. $\alpha = 30^\circ$.

Câu 221: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai vector $\vec{x} = (1; 2)$ và $\vec{y} = (-3; -1)$. Tính góc α giữa hai vector $\vec{x}$ và $\vec{y}$.

- A. $\alpha = 45^\circ$. B. $\alpha = 60^\circ$. C. $\alpha = 90^\circ$. D. $\alpha = 135^\circ$.

Câu 222: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai vector $\vec{a} = (2; 5)$ và $\vec{b} = (3; -7)$. Tính góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. $\alpha = 30^\circ$. B. $\alpha = 45^\circ$. C. $\alpha = 60^\circ$. D. $\alpha = 135^\circ$.

Câu 223: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho vector $\vec{a} = (9; 3)$. Vector nào sau đây không vuông góc với vector $\vec{a}$?

- A. $\vec{v}_1 = (1; -3)$. B. $\vec{v}_2 = (2; -6)$. C. $\vec{v}_3 = (1; 3)$. D. $\vec{v}_4 = (-1; 3)$.

Câu 224: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm A(1;2), B(-1;1) và C(5;-1). Tính cosin của góc giữa hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

- A. $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = -\frac{1}{2}$. B. $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
C. $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = -\frac{2}{5}$. D. $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 225: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có A(6;0), B(3;1) và C(-1;-1). Tính số đo góc B của tam giác đã cho.

- A. 15° . B. 60° . C. 120° . D. 135° .

Câu 226: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho bốn điểm A(-8;0), B(0;4), C(2;0) và D(-3;-5). Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hai góc BAD và BCD phụ nhau. B. Góc BCD là góc nhọn.
C. $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD})$. D. Hai góc BAD và BCD bù nhau.

Câu 227: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai vector $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$ và $\vec{v} = k\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm k để vector $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{v}$.

- A. $k = 20$. B. $k = -20$. C. $k = -40$. D. $k = 40$.

Câu 228: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai vector $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$ và $\vec{v} = k\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm k để vector $\vec{u}$ và vector $\vec{v}$ có độ dài bằng nhau.

- A. $k = \frac{37}{4}$. B. $k = \frac{\sqrt{37}}{2}$. C. $k = \pm \frac{\sqrt{37}}{2}$. D. $k = \frac{5}{8}$.

Câu 229: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba vector $\vec{a} = (-2; 3)$, $\vec{b} = (4; 1)$ và $\vec{c} = k\vec{a} + m\vec{b}$ với $k, m \in \mathbb{R}$. Biết rằng vector $\vec{c}$ vuông góc với vector $(\vec{a} + \vec{b})$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $2k = 2m$. B. $3k = 2m$. C. $2k + 3m = 0$. D. $3k + 2m = 0$.

Câu 230: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai vector $\vec{a} = (-2; 3)$ và $\vec{b} = (4; 1)$. Tìm vector $\vec{d}$ biết $\vec{a} \cdot \vec{d} = 4$ và $\vec{b} \cdot \vec{d} = -2$.

- A. $\vec{d} = \left(\frac{5}{7}; \frac{6}{7}\right)$. B. $\vec{d} = \left(-\frac{5}{7}; \frac{6}{7}\right)$. C. $\vec{d} = \left(\frac{5}{7}; -\frac{6}{7}\right)$. D. $\vec{d} = \left(-\frac{5}{7}; -\frac{6}{7}\right)$.

Câu 231: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba vector $\vec{u} = (4; 1)$, $\vec{v} = (1; 4)$ và $\vec{a} = \vec{u} + m\vec{v}$ với $m \in \mathbb{R}$. Tìm m để $\vec{a}$ vuông góc với trục hoành.

A. $m = 4$.

B. $m = -4$.

C. $m = -2$.

D. $m = 2$.

Câu 232: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai vector $\vec{u} = (4;1)$ và $\vec{v} = (1;4)$. Tìm m để vector $\vec{a} = m\vec{u} + \vec{v}$ tạo với vector $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j}$ một góc 45° .

A. $m = 4$.

B. $m = -\frac{1}{2}$.

C. $m = -\frac{1}{4}$.

D. $m = \frac{1}{2}$.

CÔNG THỨC TÍNH ĐỘ DÀI

Câu 233: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tính khoảng cách giữa hai điểm $M(1;-2)$ và $N(-3;4)$.

A. $MN = 4$.

B. $MN = 6$.

C. $MN = 3\sqrt{6}$.

D. $MN = 2\sqrt{13}$.

Câu 234: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;4)$, $B(3;2)$, $C(5;4)$. Tính chu vi P của tam giác đã cho.

A. $P = 4 + 2\sqrt{2}$.

B. $P = 4 + 4\sqrt{2}$.

C. $P = 8 + 8\sqrt{2}$.

D. $P = 2 + 2\sqrt{2}$.

Câu 235: Trong hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$, cho vector $\vec{a} = -\frac{3}{5}\vec{i} - \frac{4}{5}\vec{j}$. Độ dài của vector $\vec{a}$ bằng

A. $\frac{1}{5}$.

B. 1.

C. $\frac{6}{5}$.

D. $\frac{7}{5}$.

Câu 236: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai vector $\vec{u} = (3;4)$ và $\vec{v} = (-8;6)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

B. $M\left(0; -\frac{1}{2}\right)$ và $\vec{v}$ cùng phương.

C. $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{v}$.

D. $\vec{u} = -\vec{v}$.

Câu 237: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các điểm $A(1;2)$, $B(-2;-4)$, $C(0;1)$ và $D\left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{CD}$.

B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

C. $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Câu 238: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho bốn điểm $A(7;-3)$, $B(8;4)$, $C(1;5)$ và $D(0;-2)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{CB}$.

B. Tam giác ABC đều.

C. Tứ giác ABCD là hình vuông.

D. Tứ giác ABCD không nội tiếp đường tròn.

Câu 239: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho bốn điểm $A(-1;1)$, $B(0;2)$, $C(3;1)$ và $D(0;-2)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Tứ giác ABCD là hình bình hành.

B. Tứ giác ABCD là hình thoi.

C. Tứ giác ABCD là hình thang cân.

D. Tứ giác ABCD không nội tiếp đường tròn.

Câu 240: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-1;1)$, $B(1;3)$ và $C(1;-1)$. Khẳng

định nào sau đây là đúng?

A. Tam giác ABC đều.

B. Tam giác ABC có ba góc đều nhọn.

C. Tam giác ABC cân tại B.

D. Tam giác ABC vuông cân tại A.

Câu 241: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(10;5)$, $B(3;2)$ và $C(6;-5)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Tam giác ABC đều.

B. Tam giác ABC vuông cân tại A.

C. Tam giác ABC vuông cân tại B.

D. Tam giác ABC có góc A tù.

Câu 242: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-2;-1)$, $B(1;-1)$ và $C(-2;2)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Tam giác ABC đều.

B. Tam giác ABC vuông cân tại A.

C. Tam giác ABC vuông tại B.

D. Tam giác ABC vuông cân tại C.

TÌM ĐIỂM THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Câu 243: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-2;4)$ và $B(8;4)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc trục hoành sao cho tam giác ABC vuông tại C.

A. $C(6;0)$.

B. $C(0;0)$, $C(6;0)$.

C. $C(0;0)$.

D. $C(-1;0)$.

Câu 244: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;2)$ và $B(-3;1)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc trục tung sao cho tam giác ABC vuông tại A.

A. $C(0;6)$.

B. $C(5;0)$.

C. $C(3;1)$.

D. $C(0;-6)$.

Câu 245: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(-4;0)$, $B(-5;0)$ và $C(3;0)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

A. $M(-2;0)$.

B. $M(2;0)$.

C. $M(-4;0)$.

D. $M(-5;0)$.

Câu 246: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $M(-2;2)$ và $N(1;1)$. Tìm tọa độ điểm P thuộc trục hoành sao cho ba điểm M, N, P thẳng hàng.

A. $P(0;4)$.

B. $P(0;-4)$.

C. $P(-4;0)$.

D. $P(4;0)$.

Câu 247: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm điểm M thuộc trục hoành để khoảng cách từ đó đến điểm $N(-1;4)$ bằng $2\sqrt{5}$.

A. $M(1;0)$.

B. $M(1;0)$, $M(-3;0)$.

C. $M(3;0)$.

D. $M(1;0)$, $M(3;0)$.

Câu 248: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;3)$ và $B(4;2)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc trục hoành sao cho C cách đều hai điểm A và B.

A. $C\left(-\frac{5}{3};0\right)$.

B. $C\left(\frac{5}{3};0\right)$.

C. $C\left(-\frac{3}{5};0\right)$.

D. $C\left(\frac{3}{5};0\right)$.

Câu 249: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;2)$, $B(5;-2)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho $\angle AMB = 90^\circ$?

A. $M(0;1)$.

B. $M(6;0)$.

C. $M(1;6)$.

D. $M(0;6)$.

- Câu 250:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;-1)$ và $B(3;2)$. Tìm M thuộc trục tung sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.
- A. $M(0;1)$. B. $M(0;-1)$. C. $M\left(0;\frac{1}{2}\right)$. D. $M\left(0;-\frac{1}{2}\right)$.
- Câu 251:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành ABCD biết $A(-2;0)$, $B(2;5)$, $C(6;2)$. Tìm tọa độ điểm D.
- A. $D(2;-3)$. B. $D(2;3)$. C. $D(-2;-3)$. D. $D(-2;3)$.
- Câu 252:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;3)$, $B(-2;4)$, $C(5;3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác đã cho.
- A. $G\left(2;\frac{10}{3}\right)$. B. $G\left(\frac{8}{3};-\frac{10}{3}\right)$. C. $G(2;5)$. D. $G\left(\frac{4}{3};\frac{10}{3}\right)$.
- Câu 253:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-4;1)$, $B(2;4)$, $C(2;-2)$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác đã cho.
- A. $I\left(\frac{1}{4};1\right)$. B. $I\left(-\frac{1}{4};1\right)$. C. $I\left(1;\frac{1}{4}\right)$. D. $I\left(1;-\frac{1}{4}\right)$.
- Câu 254:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-3;0)$, $B(3;0)$ và $C(2;6)$. Gọi $H(a;b)$ là tọa độ trực tâm của tam giác đã cho. Tính $a+6b$.
- A. $a+6b=5$. B. $a+6b=6$. C. $a+6b=7$. D. $a+6b=8$.
- Câu 255:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(4;3)$, $B(2;7)$ và $C(-3;-8)$. Tìm tọa độ chân đường cao A' kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BC.
- A. $A'(1;-4)$. B. $A'(-1;4)$. C. $A'(1;4)$. D. $A'(4;1)$.
- Câu 256:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;4)$, $B(-3;1)$, $C(3;-1)$. Tìm tọa độ chân đường cao A' vẽ từ đỉnh A của tam giác đã cho.
- A. $A'\left(\frac{3}{5};\frac{1}{5}\right)$. B. $A'\left(-\frac{3}{5};-\frac{1}{5}\right)$. C. $A'\left(-\frac{3}{5};\frac{1}{5}\right)$. D. $A'\left(\frac{3}{5};-\frac{1}{5}\right)$.
- Câu 257:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(-3;-2)$, $B(3;6)$ và $C(11;0)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác ABCD là hình vuông.
- A. $D(5;-8)$. B. $D(8;5)$. C. $D(-5;8)$. D. $D(-8;5)$.
- Câu 258:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;4)$ và $B(1;1)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC vuông cân tại B.
- A. $C(4;0)$. B. $C(-2;2)$. C. $C(4;0)$, $C(-2;2)$. D. $C(2;0)$.
- Câu 259:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD có $A(1;-1)$ và $B(3;0)$. Tìm tọa độ điểm D, biết D có tung độ âm.
- A. $D(0;-1)$. B. $D(2;-3)$. C. $D(2;-3)$, $D(0;1)$. D. $D(-2;-3)$.
- Câu 260:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho bốn điểm $A(1;2)$, $B(-1;3)$, $C(-2;-1)$ và $D(0;-2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. ABCD là hình vuông.

B. ABCD là hình chữ nhật.

C. ABCD là hình thoi. D. ABCD là hình bình hành.

Câu 261: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác OAB với $A(1;3)$ và $B(4;2)$. Tìm tọa độ điểm E là chân đường phân giác trong góc O của tam giác OAB.

A. $E = \left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

B. $E = \left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

C. $E = (-2 + 3\sqrt{2}; 4 + \sqrt{2})$.

D. $E = (-2 + 3\sqrt{2}; 4 - \sqrt{2})$.

Câu 262: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(2;0)$, $B(0;2)$ và $C(0;7)$. Tìm tọa độ đỉnh thứ tư D của hình thang cân ABCD.

A. $D(7;0)$.

B. $D(7;0)$, $D(2;9)$.

C. $D(0;7)$, $D(9;2)$.

D. $D(9;2)$.

BÀI 3: CÁC HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VÀ GIẢI TAM GIÁC

1. Định lý cosin

Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$ và $AB = c$.

Ta có

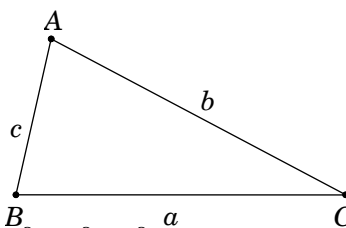
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A;$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cdot \cos B;$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C.$$

Hệ quả

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}; \quad \cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}; \quad \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

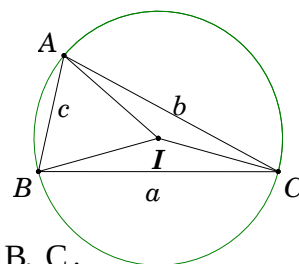


2. Định lý sin

Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp.

Ta có

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$



3. Độ dài đường trung tuyến

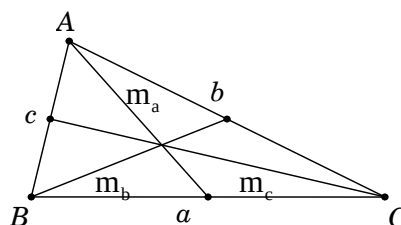
Cho tam giác ABC có m_a , m_b , m_c lần lượt là các trung tuyến kẻ từ A, B, C.

Ta có

$$m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4};$$

$$m_b^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4};$$

$$m_c^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}.$$



4. Công thức tính diện tích tam giác

Cho tam giác ABC có

- h_a , h_b , h_c là độ dài đường cao lần lượt tương ứng với các cạnh BC, CA, AB;

- R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác;
- r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác;
- $p = \frac{a+b+c}{2}$ là nửa chu vi tam giác;
- S là diện tích tam giác.

Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c \\ &= \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C \\ &= \frac{abc}{4R} \\ &= pr \\ &= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}. \end{aligned}$$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM GIẢI TAM GIÁC

Câu 263: Tam giác ABC có $AB=5$, $BC=7$, $CA=8$. Số đo góc A bằng:

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 264: Tam giác ABC có $AB=2$, $AC=1$ và $A=60^\circ$. Tính độ dài cạnh BC.

- A. $BC=1$. B. $BC=2$. C. $BC=\sqrt{2}$. D. $BC=\sqrt{3}$.

Câu 265: Tam giác ABC có đoạn thẳng nối trung điểm của AB và BC bằng 3, cạnh $AB=9$ và $\angle ACB=60^\circ$. Tính độ dài cạnh BC.

- A. $BC=3+3\sqrt{6}$. B. $BC=3\sqrt{6}-3$. C. $BC=3\sqrt{7}$. D. $BC=\frac{3+3\sqrt{33}}{2}$.

Câu 266: Tam giác ABC có $AB=\sqrt{2}$, $AC=\sqrt{3}$ và $C=45^\circ$. Tính độ dài cạnh BC.

- A. $BC=\sqrt{5}$. B. $BC=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$. C. $BC=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$. D. $BC=\sqrt{6}$.

Câu 267: Tam giác ABC có $B=60^\circ$, $C=45^\circ$ và $AB=5$. Tính độ dài cạnh AC.

- A. $AC=\frac{5\sqrt{6}}{2}$. B. $AC=5\sqrt{3}$. C. $AC=5\sqrt{2}$. D. $AC=10$.

Câu 268: Cho hình thoi ABCD cạnh bằng 1 cm và có $\angle BAD=60^\circ$. Tính độ dài cạnh AC.

- A. $AC=\sqrt{3}$. B. $AC=\sqrt{2}$. C. $AC=2\sqrt{3}$. D. $AC=2$.

Câu 269: Tam giác ABC có $AB=4$, $BC=6$, $AC=2\sqrt{7}$. Điểm M thuộc đoạn BC sao cho $MC=2MB$. Tính độ dài cạnh AM.

- A. $AM=4\sqrt{2}$. B. $AM=3$. C. $AM=2\sqrt{3}$. D. $AM=3\sqrt{2}$.

Câu 270: Tam giác ABC có $AB=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$, $BC=\sqrt{3}$, $CA=\sqrt{2}$. Gọi D là chân đường phân giác trong góc A. Khi đó góc ADB bằng bao nhiêu độ?

- A. 45° . B. 60° . C. 75° . D. 90° .

Câu 271: Tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH = 32 cm. Hai cạnh AB và AC tỉ lệ với 3 và 4. Cạnh nhỏ nhất của tam giác này có độ dài bằng bao nhiêu?

- A. 38 cm. B. 40 cm. C. 42 cm. D. 45 cm.

Câu 272: Tam giác MPQ vuông tại P. Trên cạnh MQ lấy hai điểm E, F sao cho các góc

MPE, EPF, FPQ bằng nhau. Đặt MP = q, PQ = m, PE = x, PF = y. Trong các hệ thức sau, hệ thức nào đúng?

- A. ME = EF = FQ. B. $ME^2 = q^2 + x^2 - xq$.
C. $MF^2 = q^2 + y^2 - yq$. D. $MQ^2 = q^2 + m^2 - 2qm$.

Câu 273: Cho góc $xOy = 30^\circ$. Gọi A và B là hai điểm di động lần lượt trên Ox và Oy sao cho AB = 1. Độ dài lớn nhất của đoạn OB bằng:

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 2.

Câu 274: Cho góc $xOy = 30^\circ$. Gọi A và B là hai điểm di động lần lượt trên Ox và Oy sao cho AB = 1. Khi OB có độ dài lớn nhất thì độ dài của đoạn OA bằng:

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 2.

Câu 275: Tam giác ABC có AB = c, BC = a, CA = b. Các cạnh a, b, c liên hệ với nhau bởi đẳng thức $b(b^2 - a^2) = c(a^2 - c^2)$. Khi đó góc BAC bằng bao nhiêu độ?

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

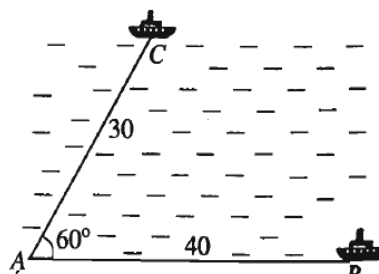
Câu 276: Tam giác ABC vuông tại A, có AB = c, AC = b. Gọi ℓ_a là độ dài đoạn phân giác trong góc BAC. Tính ℓ_a theo b và c.

- A. $\ell_a = \frac{\sqrt{2}bc}{b+c}$. B. $\ell_a = \frac{2(b+c)}{bc}$. C. $\ell_a = \frac{2bc}{b+c}$. D. $\ell_a = \frac{\sqrt{2}(b+c)}{bc}$.

Câu 277: Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ một vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau góc 60° . Tàu B chạy với tốc độ 20 hải lý một giờ. Tàu C chạy với tốc độ 15 hải lý một giờ. Sau hai giờ, hai tàu cách nhau bao nhiêu hải lý?

Kết quả gần nhất với số nào sau đây?

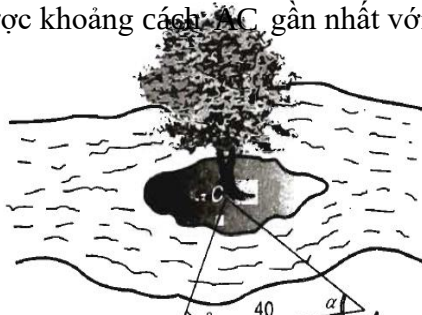
- A. 61 hải lý.
B. 36 hải lý.
C. 21 hải lý.
D. 18 hải lý.



Câu 278: Để đo khoảng cách từ một điểm A trên bờ sông đến gốc cây C trên cù lao giữa sông, người ta chọn một điểm B cùng ở trên bờ với sao cho từ A và B có thể nhìn thấy điểm C. Ta đo được khoảng cách AB = 40m, CAB = 45° và CBA = 70° .

Vậy sau khi đo đạc và tính toán được khoảng cách AC, gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. 53 m.
B. 30 m.
C. 41,5 m.



D. 41 m.

Câu 279: Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao (hình vẽ).

Biết $AH = 4\text{m}$, $HB = 20\text{m}$, $BAC = 45^\circ$.

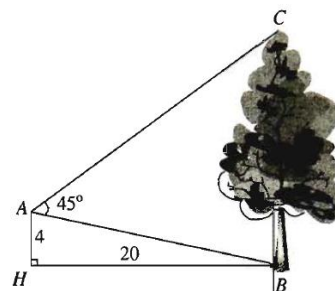
Chiều cao của cây gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 17,5m.

B. 17m.

C. 16,5m.

D. 16m.



Câu 280: Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B và C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24\text{ m}$,

$CAD = 63^\circ$, $CBD = 48^\circ$.

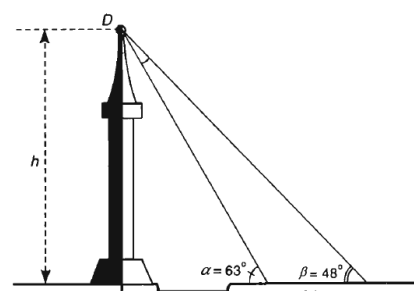
Chiều cao h của tháp gần với giá trị nào sau đây?

A. 18m.

B. 18,5m.

C. 60m.

D. 60,5m.



Câu 281: Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 5 m. Từ vị trí quan sát A cao 7 m so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten dưới góc 50° và 40° so với phương nằm ngang.

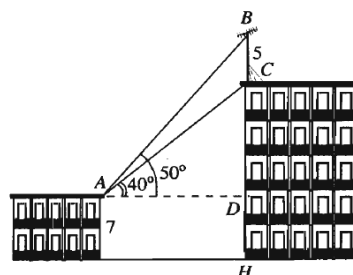
Chiều cao của tòa nhà gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 12m.

B. 19m.

C. 24m.

D. 29m.



Câu 282: Xác định chiều cao của một tháp mà không cần lên đỉnh của tháp. Đặt kế giác thẳng đứng cách chân tháp một khoảng $CD = 60\text{m}$, giả sử chiều cao của giác kế là $OC = 1\text{m}$.

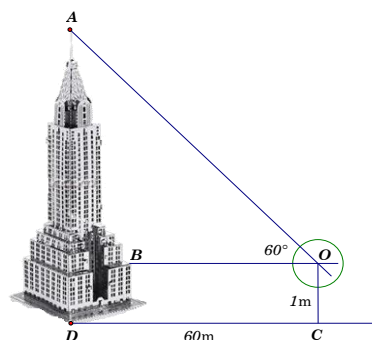
Quay thanh giác kế sao cho khi ngắm theo thanh ta nhìn thấy đỉnh A của tháp. Đọc trên giác kế số đo của góc $AOB = 60^\circ$. Chiều cao của ngọn tháp gần với giá trị nào sau đây:

A. 40m.

B. 114m.

C. 105m.

D. 110m.



Câu 283: Từ hai vị trí A và B của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh C của ngọn núi. Biết rằng độ cao $AB = 70\text{m}$, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang góc 30° , phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang góc $15^\circ 30'$.

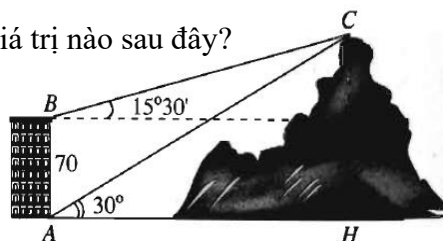
Ngọn núi đó có độ cao so với mặt đất gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 135m.

B. 234m.

C. 165m.

D. 195m.



ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN

Câu 284: Tam giác ABC có $AB=6\text{cm}$, $AC=8\text{cm}$ và $BC=10\text{cm}$. Độ dài đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác bằng:

- A. 4cm . B. $\sqrt{3}\text{cm}$. C. 7cm . D. 5cm .

Câu 285: Tam giác ABC vuông tại A và có $AB=AC=a$. Tính độ dài đường trung tuyến BM của tam giác đã cho.

- A. $BM=1,5a$. B. $BM=a\sqrt{2}$. C. $BM=a\sqrt{3}$. D. $BM=\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 286: Tam giác ABC có $AB=9\text{cm}$, $AC=12\text{cm}$ và $BC=15\text{cm}$. Tính độ dài đường trung tuyến AM của tam giác đã cho.

- A. $AM=\frac{15}{2}\text{cm}$. B. $AM=10\text{cm}$. C. $AM=9\text{cm}$. D. $AM=\frac{13}{2}\text{cm}$.

Câu 287: Tam giác ABC cân tại C , có $AB=9\text{cm}$ và $AC=\frac{15}{2}\text{cm}$. Gọi D là điểm đối xứng của B qua C . Tính độ dài cạnh AD .

- A. $AD=6\text{cm}$. B. $AD=9\text{cm}$. C. $AD=12\text{cm}$. D. $AD=12\sqrt{2}\text{cm}$.

Câu 288: Tam giác ABC có $AB=3$, $BC=8$. Gọi M là trung điểm của BC . Biết $\cos \angle AMB = \frac{5\sqrt{13}}{26}$ và $AM > 3$. Tính độ dài cạnh AC .

- A. $AC=\sqrt{13}$. B. $AC=\sqrt{7}$. C. $AC=13$. D. $AC=7$.

Câu 289: Tam giác ABC có trọng tâm G . Hai trung tuyến $BM=6$, $CN=9$ và $\angle BGC=120^\circ$. Tính độ dài cạnh AB .

- A. $AB=\sqrt{11}$. B. $AB=\sqrt{13}$. C. $AB=2\sqrt{11}$. D. $AB=2\sqrt{13}$.

Câu 290: Tam giác ABC có độ dài ba trung tuyến lần lượt là 9; 12; 15. Diện tích của tam giác ABC bằng:

- A. 24. B. $24\sqrt{2}$. C. 72. D. $72\sqrt{2}$.

Câu 291: Cho tam giác ABC có $AB=c$, $BC=a$, $CA=b$. Nếu giữa a , b , c có liên hệ $b^2+c^2=2a^2$ thì độ dài đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác tính theo a bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $3a\sqrt{3}$.

Câu 292: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB=a$, $BC=b$, $BD=m$ và $AC=n$. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào đúng:

- A. $m^2+n^2=3(a^2+b^2)$. B. $m^2+n^2=2(a^2+b^2)$.
C. $2(m^2+n^2)=a^2+b^2$. D. $3(m^2+n^2)=a^2+b^2$.

Câu 293: Tam giác ABC có $AB=c$, $BC=a$, $CA=b$. Các cạnh a , b , c liên hệ với nhau bởi đẳng thức $a^2+b^2=5c^2$. Góc giữa hai trung tuyến AM và BN là góc nào?

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 294: Tam giác ABC có ba đường trung tuyến m_a, m_b, m_c thỏa mãn $5m_a^2 = m_b^2 + m_c^2$. Khi đó tam giác này là tam giác gì?

A. Tam giác cân.

B. Tam giác đều.

C. Tam giác vuông.

D. Tam giác vuông cân.

Câu 295: Tam giác ABC có $AB=c, BC=a, CA=b$. Gọi m_a, m_b, m_c là độ dài ba đường trung tuyến, G trọng tâm. Xét các khẳng định sau:

$$(I). m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2). \quad (II). GA^2 + GB^2 + GC^2 = \frac{1}{3}(a^2 + b^2 + c^2).$$

Trong các khẳng định đã cho có

A. (I) đúng.

B. Chỉ (II) đúng.

C. Cả hai cùng sai.

D. Cả hai cùng đúng.

BẢNG ĐÁP ÁN

284.D	285.D	286.A	287.C	288.A	289.C	290.B	291.C	292.C
293.D	294.D	295.D						

BÁN KÍNH ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP

Câu 296: Tam giác ABC có $BC=10$ và $A=30^\circ$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. $R=5$.

B. $R=10$.

C. $R=\frac{10}{\sqrt{3}}$.

D. $R=10\sqrt{3}$.

Câu 297: Tam giác ABC có $AB=3, AC=6$ và $A=60^\circ$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. $R=3$.

B. $R=3\sqrt{3}$.

C. $R=\sqrt{3}$.

D. $R=6$.

Câu 298: Tam giác ABC có $BC=21\text{cm}, CA=17\text{cm}, AB=10\text{cm}$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. $R=\frac{85}{2}\text{cm}$.

B. $R=\frac{7}{4}\text{cm}$.

C. $R=\frac{85}{8}\text{cm}$.

D. $R=\frac{7}{2}\text{cm}$.

Câu 299: Tam giác đều cạnh a nội tiếp trong đường tròn bán kính R . Khi đó bán kính R bằng:

A. $R=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $R=\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

C. $R=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $R=\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 300: Tam giác ABC vuông tại A có đường cao $AH=\frac{12}{5}\text{cm}$ và $\frac{AB}{AC}=\frac{3}{4}$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. $R=2,5\text{cm}$.

B. $R=1,5\text{cm}$.

C. $R=2\text{cm}$.

D. $R=3,5\text{cm}$.

Câu 301: Cho tam giác ABC có $AB=3\sqrt{3}, BC=6\sqrt{3}$ và $CA=9$. Gọi D là trung điểm BC . Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD .

A. $R=\frac{9}{6}$.

B. $R=3$.

C. $R=3\sqrt{3}$.

D. $R=\frac{9}{2}$.

Câu 302: Tam giác nhọn ABC có $AC=b, BC=a, BB'$ là đường cao kẻ từ B và $CBB'=\alpha$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp R của tam giác ABC được tính theo a, b và α là:

$$A. R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha}}{2 \sin \alpha}.$$

$$B. R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha}}{2 \sin \alpha}.$$

$$C. R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha}}{2 \cos \alpha}.$$

$$D. R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha}}{2 \cos \alpha}.$$

DIỆN TÍCH TAM GIÁC

Câu 303: Tam giác ABC có $AB = 3$, $AC = 6$, $BAC = 60^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC .

$$A. S_{\triangle ABC} = 9\sqrt{3}.$$

$$B. S_{\triangle ABC} = \frac{9\sqrt{3}}{2}.$$

$$C. S_{\triangle ABC} = 9.$$

$$D. S_{\triangle ABC} = \frac{9}{2}.$$

Câu 304: Tam giác ABC có $AC = 4$, $BAC = 30^\circ$, $ACB = 75^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC .

$$A. S_{\triangle ABC} = 8.$$

$$B. S_{\triangle ABC} = 4\sqrt{3}.$$

$$C. S_{\triangle ABC} = 4.$$

$$D. S_{\triangle ABC} = 8\sqrt{3}.$$

Câu 305: Tam giác ABC có $a = 21$, $b = 17$, $c = 10$. Diện tích của tam giác ABC bằng:

$$A. S_{\triangle ABC} = 16.$$

$$B. S_{\triangle ABC} = 48.$$

$$C. S_{\triangle ABC} = 24.$$

$$D. S_{\triangle ABC} = 84.$$

Câu 306: Tam giác ABC có $AB = 3$, $AC = 6$, $BAC = 60^\circ$. Tính độ dài đường cao h_a của tam giác.

$$A. h_a = 3\sqrt{3}.$$

$$B. h_a = \sqrt{3}.$$

$$C. h_a = 3.$$

$$D. h_a = \frac{3}{2}.$$

Câu 307: Tam giác ABC có $AC = 4$, $ACB = 60^\circ$. Tính độ dài đường cao h xuất phát từ đỉnh A của tam giác.

$$A. h = 2\sqrt{3}.$$

$$B. h = 4\sqrt{3}.$$

$$C. h = 2.$$

$$D. h = 4.$$

Câu 308: Tam giác ABC có $a = 21$, $b = 17$, $c = 10$. Gọi B' là hình chiếu vuông góc của B trên cạnh AC . Tính BB' .

$$A. BB' = 8.$$

$$B. BB' = \frac{84}{5}.$$

$$C. BB' = \frac{168}{17}.$$

$$D. BB' = \frac{84}{17}.$$

Câu 309: Tam giác ABC có $AB = 8\text{ cm}$, $AC = 18\text{ cm}$ và có diện tích bằng 64 cm^2 . Giá trị $\sin A$ bằng:

$$A. \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$B. \sin A = \frac{3}{8}.$$

$$C. \sin A = \frac{4}{5}.$$

$$D. \sin A = \frac{8}{9}.$$

Câu 310: Hình bình hành $ABCD$ có $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$ và $BAD = 45^\circ$. Khi đó hình bình hành có diện tích bằng:

$$A. 2a^2.$$

$$B. a^2\sqrt{2}.$$

$$C. a^2.$$

$$D. a^2\sqrt{3}.$$

Câu 311: Tam giác ABC vuông tại A có $AB = AC = 30\text{ cm}$. Hai đường trung tuyến BF và CE cắt nhau tại G . Diện tích tam giác GFC bằng:

$$A. 50\text{ cm}^2.$$

$$B. 50\sqrt{2}\text{ cm}^2.$$

$$C. 75\text{ cm}^2.$$

$$D. 15\sqrt{105}\text{ cm}^2.$$

Câu 312: Tam giác đều nội tiếp đường tròn bán kính $R = 4\text{ cm}$ có diện tích bằng:

$$A. 13\text{ cm}^2$$

$$B. 13\sqrt{2}\text{ cm}^2$$

$$C. 12\sqrt{3}\text{ cm}^2$$

$$D. 15\text{ cm}^2.$$

Câu 313: Tam giác ABC có $BC = 2\sqrt{3}$, $AC = 2AB$ và độ dài đường cao $AH = 2$. Tính độ dài cạnh AB .

$$A. AB = 2.$$

$$B. AB = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

C. $AB = 2$ hoặc $AB = \frac{2\sqrt{21}}{3}$.

D. $AB = 2$ hoặc $AB = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 314: Tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ và có diện tích S . Nếu tăng cạnh BC lên 2 lần đồng thời tăng cạnh AC lên 3 lần và giữ nguyên độ lớn của góc C thì khi đó diện tích của tam giác mới được tạo nên bằng:

A. $2S$.

B. $3S$.

C. $4S$.

D. $6S$.

Câu 315: Tam giác ABC có $BC = a$ và $CA = b$. Tam giác ABC có diện tích lớn nhất khi góc C bằng:

A. 60° .

B. 90° .

C. 150° .

D. 120° .

Câu 316: Tam giác ABC có hai đường trung tuyến BM , CN vuông góc với nhau và có $BC = 3$, góc $BAC = 30^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC .

A. $S_{\triangle ABC} = 3\sqrt{3}$.

B. $S_{\triangle ABC} = 6\sqrt{3}$.

C. $S_{\triangle ABC} = 9\sqrt{3}$.

D. $S_{\triangle ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

BÁN KÍNH ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP

Câu 317: Tam giác ABC có $AB = 5$, $AC = 8$ và $BAC = 60^\circ$. Tính bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác đã cho.

A. $r = 1$.

B. $r = 2$.

C. $r = \sqrt{3}$.

D. $r = 2\sqrt{3}$.

Câu 318: Tam giác ABC có $a = 21$, $b = 17$, $c = 10$. Tính bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác đã cho.

A. $r = 16$.

B. $r = 7$.

C. $r = \frac{7}{2}$.

D. $r = 8$.

Câu 319: Tính bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác đều cạnh a .

A. $r = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $r = \frac{a\sqrt{2}}{5}$.

C. $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

D. $r = \frac{a\sqrt{5}}{7}$.

Câu 320: Tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6$ cm, $BC = 10$ cm. Tính bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác đã cho.

A. $r = 1$ cm.

B. $r = \sqrt{2}$ cm.

C. $r = 2$ cm.

D. $r = 3$ cm.

BẢNG ĐÁP ÁN

296.B	297.A	298.C	299.C	300.A	301.C	302.A	303.B	304.C	305.D
306.C	307.A	308.C	309.D	310.C	311.C	312.C	313.D	314.D	315.B
316.B	317.C	318.C	319.C	320.C					